

## Höhere Finanzmathematik

Sehr ausführliches Themenheft (d. h. mit Theorie)

Aber auch mit vielen Trainingsaufgaben

**Es handelt sich um eine Anwendung  
von Exponentialfunktionen**

(Wachstumsfunktionen)

**4. überarbeitete und erweiterte Auflage**

Datei Nr. 18250

Stand: 19. Januar 2010

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

[www.mathe-cd.de](http://www.mathe-cd.de)

## Inhalt

Vorwort	4
Mathematische Voraussetzungen: Logarithmengesetze	5
<b>1. Zinseszinsrechnung</b>	<b>6</b>
1.1 Grundlagen	6
(Rekursive Berechnung und Herleitung der expliziten Formel)	
Beispiel 1	7
Schaubild als Treppenfunktion	8
1.2 Arbeiten mit <u>variablem Zinssatz</u>	9
Beispiel 2	9
Beispiel 3	10
1.3 Arbeiten mit <u>monatlicher Verzinsung</u>	12
Beispiele 4 und 5	12
1.4 Wachstumsvergleich bei verzögertem Beginn	14
Beispiel 6	14
1.5 Musterbeispiele zu verschiedenen Aufgabenstellungen	18
Beispiel 7	18
Beispiele 8 und 9	20
Beispiel 10	21
1.5 Trainingsaufgaben 1 bis 7	22
<b>2 Ratensparen</b>	<b>23</b>
2.1 Rekursive Berechnung der Kontostände bei einem Ratensparvertrag, der <u>nachschüssig</u> einbezahlt wird.	23
Beispiel 1 (zusätzliche CAS-Lösung)	23
2.2 Aufstellung der Kontostandsfunktion (nachschüssig) mit exponentiellem Ansatz (zu Beispiel 1) manuell	25
2.3 Durchführung Lösung 2.2 mit CAS-Rechnern	26
2.4 <u>Theorie zum nachschüssigen Ratensparen.</u>	
Allgemeine Herleitung der Ratensparformel	28
1. Möglichkeit: Mit exponentiellem Ansatz	28
2. Möglichkeit: Mit der geometrischen Reihenformel	29
2.5 Berechnung der <u>Laufzeit</u> eines Ratensparvertrags	31
2.6 Ratensparvertrag mit <u>monatliche Raten</u> und monatlicher Verzinsung	32
Beispiel 2	32
Rekursive Berechnung von Kontoständen	32
Berechnung der Kontostandsfunktion mit exponentiellem Ansatz	33
Berechnung der Kontostandsfunktion mit der Ratensparformel	33

	Einsatz eines CAS-Rechners	33
2.7	Anschauliche Erklärung der Formel $K(n) = K(0) \cdot q^n + R \cdot q^{n-1} + \dots + R$	34
2.8	<u>Vorschüssige</u> Ratenzahlungen	35
	Beispiel 3:	35
	a) Rekursive Berechnung von Kontoständen (auch CAS)	35
	b) Explizite Berechnung der Kontostände mit exponentiellem Ansatz	36
	c) <u>Erstellung der Ratensparformel</u> für vorschüssige Einzahlung mit exponentiellem Ansatz	36
	d) <u>Erstellung der Ratensparformel</u> für vorschüssige Einzahlung mit Hilfe geometrischer Reihen	37
	e) Anschauliche Erklärung dieser Formel	38
2.9	Umgang mit der <u>Kontostandsfunktion</u>	40
	Beispiel 4 (Exponentieller Ansatz und Ratensparformel)	41
	Berechnung der Kontostände mit einem Grafikrechner	42
	Schaubilder mit MatheGrafix	42
	Bestimmung von Laufzeiten	43
	Beispiel 5	44
	Beispiel 6	46
	Beispiel 7	47
	Trainingsaufgaben 7 und 8	48
3	<b>Rentenzahlungen</b>	49
3.1	Beispiel 1 mit exponentiellem Ansatz	49
3.2	<u>Theorie: Herleitung einer Rentenformel</u> mit exponentiellem Ansatz	50
3.3	<u>Theorie: Herleitung einer Rentenformel</u> mit geometrischen Reihen	51
3.4	Zusatzaufgaben zu Beispiel 1	53
3.5	Beispiel 2: Ansparung und anschließend Auszahlung als Rente	55
	Lösung mit exponentiellem Ansatz oder mit Ratensparformel	55
	Laufzeit der Rente und Höhe der letzten Auszahlung	57
	Rentenzahlung bei geg. Laufzeit (exp. Ansatz / Formel)	58
3.6	Zusatz 1: Arbeiten mit TI Nspire CAS	59
	Zusatz 2: Arbeiten mit Grafikrechner CASIO FX 9860	60
	Trainingsaufgaben 9 und 10	61
4	<b>Annuitätendarlehen</b>	62
4.1	Einführendes Beispiel und viel Theorie	62
	a) Rekursive Berechnung des Darlehenskontos (auch CAS)	62
	b) Exponentieller Ansatz für die Kontostandsfunktion	63
	c) Berechnung der Kontostandsformel mit geometrischen Reihen	64
	d) Umsetzung der Kontostandsformel in der Praxis	65

e)	Berechnung von Zins und Tilgung	66
f)	Berechnung der Darlehensrate bei geg. Laufzeit (manuell)	67
g)	Berechnung der Darlehensrate bei geg. Laufzeit (mit CAS)	68
h)	Berechnung der Laufzeit bei geg. Darlehensrate (manuell)	70
4.2	Musterbeispiel für ein Annuitätendarlehen	71
	Lösungen manuell	71
	Zins und Tilgung berechnen	73
	Lösung mit CASIO ClassPad	75
	Lösung mit Grafikrechner	77
	Schaubilder zu Zins und Tilgung	79
	<b>Trainingsaufgaben 11 und 12</b>	81
5	<b>Bausparvertrag</b>	82
	Lösung mit exponentiellem Ansatz (Ansparphase – Darlehensphase)	82
	Lösung mit der Ratensparformel (Ansparphase – Darlehensphase)	82
	Berechnung der Laufzeit des Darlehens manuell	86
	Mit CAS	87
	Mit Grafikrechner	88
6	<b>Zusammenstellung der 12 Trainingsaufgaben</b>	89
7.	<b>Lösung der Trainingsaufgaben</b>	93 - 124
8	<b>Anhang: Geometrische Reihen und ihre Berechnung</b>	125

## Übersicht;

Der Themenbereich Wachstumsfunktion erstreckt sich über mehrere Texte:

18210	Exponentialfunktionen – Einführung: Warum Wachstumsfunktion?
18211	Exponentielles Wachstum ohne Finanzmathematik
18250	Finanzmathematik
18212	Exponentielle Abnahme
18213	Beschränktes Wachstum
18300	Große Aufgabensammlung

Fortsetzung in der Oberstufe!

## Vorwort

Dieses Manuskript bezieht an mehreren Stellen ausführlich die Möglichkeiten des Grafikrechners von CASIO (Modell CFX-9860GB) ein, mit dem man sowohl mehrere Wertetafeln von Funktionen zugleich erstellen lassen kann, wie auch eine graphische Darstellung ausgeben kann.

In der 3. Auflage dieses Textes sind auch Anwendungen für die CAS-Rechner TI Nspire und CASIO ClassPad dazu gekommen

In der Auflage 4 kam eine wesentliche Vereinfachung hinzu. An Stelle der Herleitungen mit geometrischen Reihen kann man stets mit einem exponentiellen Ansatz die Kontostandsfunktionen berechnen. Dies ist wesentlich einfacher. Die Lösungen der Aufgaben wurden oft dreifach angefertigt, manuell mit Benutzung der fertigen Formeln, die man Formelsammlungen entnehmen kann, dann ohne diese Option, aber mit Aufstellung einer exponentiellen Kontostandsfunktion, was sehr rasch geht. Und dann mit einem der beiden CAS-Rechner.

Da sehr oft geometrische Reihen vorkommen, eignen sich große Teile nur bedingt für die Klassenstufe 10, es sei denn man schiebt eine „Reihen-Stunde“ ein. Im Anhang findet man Hinweise zu geometrischen Reihen

Für Lehrer wurden extra einige Seiten didaktische Anleitung zu diesem Thema und diesem Manuskript geschrieben. Diese empfehle ich zuvor zu lesen: Es ist der Text Nummer 18249.

Je länger ich mich mit diesem Thema beschäftigt habe, desto mehr Einsichten in den Umgang mit diesem Stoff habe ich bekommen!

Lassen Sie sich nicht erschlagen von der Fülle des Materials. Das sehr ausführliche Inhaltsverzeichnis führt Sie schnell zu Ihrem Ziel – oder schmökern Sie mal eine Stunde in diesem „Buch“. Oft sind Lösungen auf vierfache Weise vorhanden: Mit Reihenformel, mit exponentiellem Ansatz und dann beides noch mit 2 CAS-Rechnern. Man muss sich also Zeit nehmen und lesen ....

Übrigens lasse ich in allen Lösungen die Währungseinheit € weg!

Und gerundet wird immer Gunsten der Bank ....

Friedrich Buckel, Anfang Januar 2010