

# Lineare Optimierung mit 2 Variablen

---

**Themenheft  
mit Musterbeispielen**

**Teil 1**

Datei Nr. 12191 - 52100

Stand 10. März 2010

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

[www.mathe-cd.de](http://www.mathe-cd.de)

Demoseiten für [www.mathe-cd.de](http://www.mathe-cd.de)

## Inhalt

<b>Beispiel 1</b>	(Sehr ausführlicher Einführungstext)	3
	Aufgabe mit Musterlösung	11
<b>Beispiel 2</b>	(Teppichhändler)	15
<b>Beispiel 3</b>	(Tanzveranstaltung)	18
<b>Beispiel 4</b>	(Hosen)	20
<b>Beispiel 5</b>	(Fahrräder)	21

Demoseiten für [www.mathe-cd.de](http://www.mathe-cd.de)

## Beispiel 3 – Tanzveranstaltung

Für ein Pop-Konzert mit anschließendem Tanz können maximal 2000 Personen Einlass finden. Die Erfahrung sagt, dass immer höchstens 25% mehr Frauen als Männer kommen, und umgekehrt gilt dasselbe. Für diesen Abend bezahlen Frauen 10 € Eintritt, Männer 20 € Eintritt. Bei wie vielen Frauen und Männern würde er am meisten Eintrittsgeld einnehmen.

### Lösung:

1. Schritt: Variablen zuordnen:  $x$  = Zahl der Frauen, die zum Ball kommen,  
 $y$  = Zahl der Männer.
2. Schritt: Einschränkung 1: Höchstens 25% mehr Frauen als Männer:  
 $x \leq 1,25 \cdot y$ , d. h.  $y \geq \frac{1}{1,25} \cdot x \Leftrightarrow y \geq \frac{100}{125} \cdot x \Leftrightarrow y \geq \frac{4}{5} x$
- Einschränkung 2: Höchstens 25% mehr Männer als Frauen:  
 $y \leq 1,25 \cdot x \Leftrightarrow y \leq \frac{5}{4} x$
- Einschränkung 3: Zusammen maximal 2000 Personen:  
 $x + y \leq 2000 \Leftrightarrow y \leq -x + 2000$

3. Schritt: Planungsfigur.

Ungleichungssystem:

$$\begin{cases} y \geq \frac{4}{5} \cdot x \\ y \leq \frac{5}{4} \cdot x \\ y \leq -x + 2000 \end{cases}$$

Die grafische Lösungsmenge ist ein Dreieck. Alle zu ihm gehörenden Punktepaar stellen die möglichen Anzahlen an Damen und Herrn dar, die der Veranstalter erwartet.

4. Schritt:

Einnahmefunktion aufstellen:

$$E(x, y) = 10 \cdot x + 20 \cdot y$$

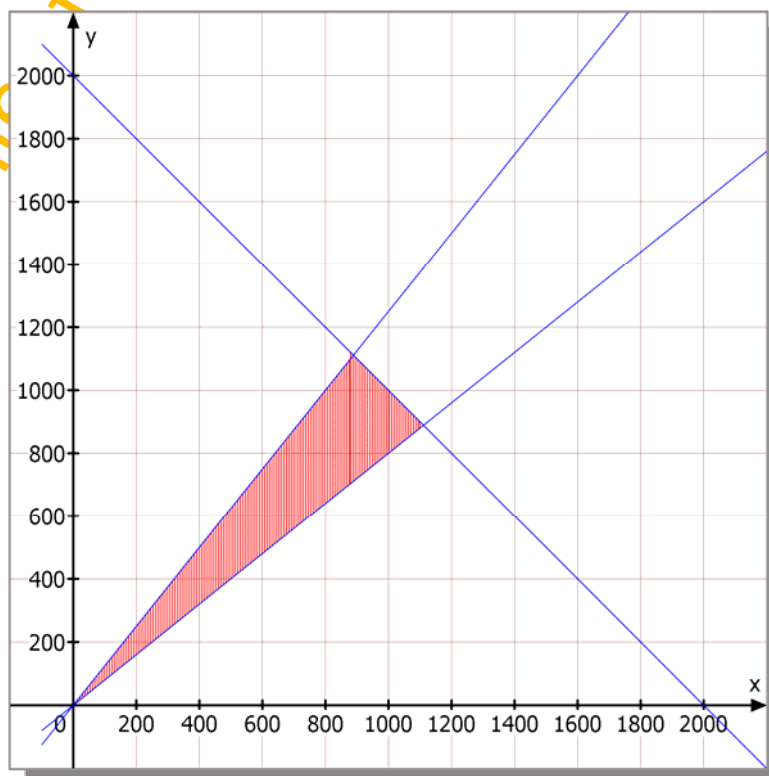
Umgestellt nach  $y$ :

$$20y = -10x + E$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{E}{20}$$

bzw.  $y = -\frac{1}{2}x + n$  mit  $n = \frac{E}{20}$ .

Gesucht ist die Gerade mit  $m = -\frac{1}{2}$  mit dem größten  $y$ -Achsenabschnitt, die mit Planungsdreieck Gemeinsame Punkte hat.



**Einschub – gehört nicht zur Lösung:**

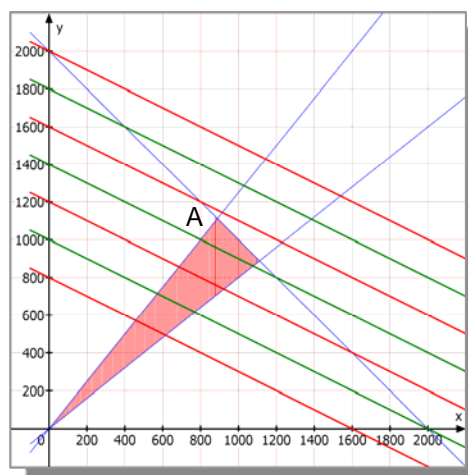
Die Abbildung zeigt 7 solche Geraden der Schar

$$y = -\frac{1}{2}x + n \text{ und zwar mit}$$

$$n \in \{800, 1000, 1200, 1400, 1600, 1800, 2000\}$$

Diese Werte kann man an der y-Achse ablesen.

Man erkennt: Weil diese Geraden flacher sind als die obere Randgerade des Planungsdreiecks, muss man die Gerade bestimmen, die durch die obere Ecke A geht.

**Fortsetzung der Lösung:**

(Pflichttext:) Weil die gesuchte Gerade auf Grund der Steigung  $m = -\frac{1}{2}$  flacher verläuft als die obere Randgerade mit  $m_{\text{Rand}} = -1$ , muss die optimierte Gerade durch den oberen Eckpunkt A des Planungsdreiecks gehen.

Berechnung von A als Schnitt der Geraden  $y = -x + 2000$  und  $y = \frac{5}{4}x$ :

$$\begin{array}{rcl} -x + 2000 = -\frac{5}{4}x & | \cdot 4 & \\ -4x + 8000 = 5x & | -4x & \\ 8000 = 9x & | :9 & \\ x = \frac{8000}{9} \approx 888,9 & \text{aufgerundet} & x_A = 889. \end{array}$$

y-Koordinate  $y_A = -889 + 2000 = 1111.$

Der maximale Eintrittsbetrag wird also erreicht, wenn 889 Frauen und 1111 Männer zur Veranstaltung kommen. Er ist dann  $E_{\text{max}} = E(889 | 1111) = 10 \cdot 889 + 20 \cdot 1111 = 8890 + 22220 = 31110$

Eigentlich unnötig ist die Berechnung von n:

Entweder man rechnet so:

Die optimierte Gerade hat die Steigung  $-\frac{1}{2}$  und daher die Gleichung  $y = -\frac{1}{2}x + n$ .

$$E(889 | 1111) \text{ eingesetzt ergibt das: } \boxed{1111} = -\frac{1}{2} \cdot \boxed{889} + n \Rightarrow n = 1111 + 444,5 = 1555,5$$

Oder man rechnet so:

$$\text{Es war } n = \frac{E}{20} = \frac{31110}{20} = 1555,5$$

