

Ungleichungen
Betragsfunktionen
Stetigkeit
Vorzeichentabellen

Diese Sammlung wird gelegentlich erweitert

Datei - Nr. 41050

Stand: 18. August 2009

Friedrich W. Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Aufbengruppe 1: Betragsgleichungen, Betragungleichungen

Aufgabe 111

Berechne die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen bzw. Ungleichungen:

a) $|2x + 5| = 7$

b) $|-\frac{1}{2}x + 3| < 2$

c) $|5x + 12| > 37$

d) $(3x - 18)^2 \geq 18$

e) $| -x + 2| = 4$

f) $|3x + 2| > 4$

g) $| -x + 5| \leq 5$

h) $|\frac{1}{6}x - 2| \geq 8$

i) $|12x + 3| = 15$

j) $|3x - 2| < 7$

Aufgabe 121

Berechne die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

a) $|x^2 - 3x - 3| = 1$

b) $|x^2 - 2x| = 3$

Aufgabe 131

Berechne die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen:

a) $|x| + |x - 4| > 0$

b) $|x + 1| - |x - 1| \geq 0$

c) $x + |x| \geq 0$

d) $|x + 2| \leq x$

Aufbengruppe 2: Betragfunktionen: Ganzrational

Aufgabe 211

Stelle ohne Betragszeichen dar und zeichne das Schaubild (LE1 cm):

- | | |
|---|---|
| a) $f(x) = \left \frac{1}{2}x + 2 \right - x$ | b) $f(x) = x + 1 + -x + 2 $ |
| c) $f(x) = x + 3 - x - 2 $ | d) $f(x) = \left \frac{1}{2}x - 1 \right + x + 3 $ |
| e) $f(x) = 2x - 4 - 2x + 1 $ | f) $f(x) = 2x - 1 - 2x + 1 $ |

Aufgabe 221

Stelle ohne Betragszeichen dar und zeichne das Schaubild (LE1 cm):

- a) $f(x) = \left| \frac{1}{2}x^2 - 2 \right| - 2$
- b) $f(x) = \left| \frac{1}{2}x^2 + x - 4 \right| + \frac{1}{2}x^2$
(x-Achse von - 5 bis 7, y-Achse von - 4 bis 12.)
- c) $f(x) = |x^2 - 2| - |x^2 + 1|$
- d) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2|x| - 2$
- e) $f(x) = \frac{1}{4}|x - 2| \cdot (x - 2)$
- f) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \left| \frac{1}{4}x^2 - 1 \right|$

Betragsfunktionen: Gebrochen rational

Aufgabe 230

Bestimme zuerst den Definitionsbereich, stelle dann f ohne Betragsstriche dar und skizziere das Schaubild.

a) $f(x) = \left| \frac{x-2}{x} \right|$

b) $f(x) = \left| \frac{x}{x^2-4} \right|$

c) $f(x) = \left| \frac{x+2}{x+1} \right|$

d) $f(x) = \left| \frac{x^2-4}{x+1} \right|$

e) $f(x) = \left| \frac{x^2}{x+1} \right|$

f) $f(x) = \left| \frac{x^2-4}{x^2-1} \right|$

Aufgabe 231

Bestimme zuerst den Definitionsbereich, stelle dann f ohne Betragsstriche dar und skizziere das Schaubild

a) $f(x) = \frac{x^2-1}{|x-1|}$

b) $f(x) = \frac{|x^2-2x-3|}{2(x+1)}$

c) $f(x) = \frac{|x^2-4|}{x+2}$

d) $f(x) = \frac{x-2}{|x^2+x-6|}$

Aufgabe 232

Untersuche das Schaubild der Funktion f und zeichne es.

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 3x - 1}{|x+1|}$$

Aufbengruppe 3: Stetigkeit gebrochen rationaler Funktionen

Aufgabe 311

Untersuche das Verhalten der Funktion f an ihrer Polstelle durch Verwendung geeigneter Zahlenfolgen:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x + 3)^2} \qquad \text{b) } f(x) = \frac{x^2 + 9}{(x + 5)^2}$$

Aufgabe 312

Untersuche das Verhalten der Funktion f an ihrer Polstelle durch Verwendung geeigneter Zahlenfolgen. Skizziere das Schaubild.

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \frac{x^2 - x - 6}{9 - x^2} & \text{b) } f(x) &= \frac{2x^2 - 32}{x^2 + 8x + 16} \\ \text{c) } f(x) &= \frac{4x}{x^2 - 6x + 9} \end{aligned}$$

Aufgabe 313

Untersuche das Verhalten der Funktionen an allen Nullstellen des Nenners mit Hilfe geeigneter Zahlenfolgen.

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} \qquad \text{b) } f(x) = \frac{x^2 + 4}{(x - 4)^2}$$

Aufgabe 341

Untersuche das Schaubild K dieser Funktion f auf Schnittpunkte mit der x -Achse, senkrechte Asymptoten und Löcher.

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \frac{x^3 + 3x^2 - 6x - 8}{x^2 + x - 6} & \text{b) } f(x) &= \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 12x + 36} \\ \text{c) } f(x) &= \frac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{x^2 + 2x - 3} & \text{d) } f(x) &= \frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 + 10x + 25} \end{aligned}$$

Aufgabe 342

Untersuche die Funktion f auf Stetigkeit, skizziere die Schaubilder.

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 6x + 8}{x^2 - 2x - 8} \qquad \text{b) } f(x) = \frac{-x^3 - x^2 + 4x + 4}{x + 1}$$

Aufgabe 361

Untersuche auf Stetigkeit:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{|x + 1|} \quad \text{b) } f(x) = \frac{x^2 + 3x - 10}{|x - 2|}$$

Aufgabe 391

Welche t-Werte führen zu Löchern im Graph bzw. Polstellen der Funktion?

$$\text{a) } f(x) = \frac{x + 2}{x^2 + (t - 2)x - 2t} \quad \text{b) } f(x) = \frac{x^2 - 3x - 28}{x^2 - t}$$

Aufgabengruppe 4: Stetigkeit zusammengesetzter Funktionen

Aufgabe 401

Untersuche die Funktion f auf Stetigkeit:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 8x + 4 & \text{für } x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 5x - 2}{x - 1} & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 5 & \text{für } x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 4x + 2}{x - 2} & \text{für } x > 3 \end{cases}$$

Aufgabe 411

Für welche Werte von b ist f stetig?

$$f_b(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 3 & \text{für } x < b \\ 3 - x & \text{für } x \geq b \end{cases}$$

Auf welche Arten kann man aus diesen Teilfunktionen andere stetige Funktionen machen?

Aufgabe 421

Untersuche die Stetigkeit dieser Funktion für $a = 2$:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{4}x^2 + 1 & \text{für } |x| \leq a \\ \frac{1}{x^2} & \text{für } |x| > a \end{cases}$$

Für welches a ist f stetig? Skizziere das Schaubild.

Lösungsteil

Auf der CD (60 Seiten)