

Aufgabensammlung Teil 2:
Funktionen mit Parametern
Funktionenscharen

Aufgaben im Abiturstil

Die Lösungen aller verwendeten Abituraufgaben stammen von mir

Neu eingerichtete Sammlung von Aufgaben.
Deren Bearbeitung ist noch nicht beendet.

Datei Nr. 43102

Stand: 29. März 2009

Friedrich W. Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Inhalt:**Typ 1 Funktionen mit Grad Zähler < Grad Nenner****a) Nenner ohne Summe****5**

Aufgabe 162
$$f_t(x) = \frac{x - 2t}{x^2}$$

Aufgabe 163
$$f_t(x) = \frac{4}{x} - \frac{4t}{x^2}$$

Aufgabe 171
$$f_t(x) = \frac{x^2 - 4t^2}{x^3}$$

b) Nenner mit Summe**7**

Aufgabe 261
$$f_t(x) = 6 \frac{x + 2}{x^2 + tx + 5}$$

Aufgabe 262
$$f_t(x) = 2t \cdot \frac{x - 1}{x^2 - tx + t}$$

Aufgabe 263
$$f_t(x) = \frac{3}{x^2 + 3x + t}$$

Aufgabe 264
$$f_t(x) = \frac{4}{x^2 + 4x + t}$$

Aufgabe 265
$$f_t(x) = \frac{4tx}{x^2 + 2t}$$

Aufgabe 271
$$f_t(x) = \frac{4x}{(x^2 + t)^2}$$

Typ 2 Funktionen mit Grad Zähler = Grad Nenner**a) Nenner ohne Summe****12**

Aufgabe 361
$$f_t(x) = \frac{tx^2 - t^2}{x^2}$$

Aufgabe 362
$$f_t(x) = \frac{4}{t} - \frac{t}{x^2}$$

Aufgabe 363
$$f_t(x) = \frac{t^2x^2 - 4}{x^2}$$

Aufgabe 371
$$f_t(x) = \frac{x^3 - 2tx^2 + t^3}{x^3} \quad (\text{CAS})$$

b) Nenner mit Summe**15**

Aufgabe 461 $f_t(x) = 2 \frac{(x-2t)^2}{x^2 + 4t^2}$

Aufgabe 462 $f_t(x) = \frac{x^2 - a^2}{x^2 + a^2}$

Typ 3 Funktionen mit Grad Zähler = Grad Nenner + 1**a) Nenner ohne Summe****16**

Aufgabe 561 $f_a(x) = \frac{x^3 - 8a^3}{ax^2}$

Aufgabe 562 $f_t(x) = \frac{3}{4}x + \frac{t}{x}$

Aufgabe 563 $f_t(x) = \frac{x^3 - t^3}{tx^2}$

b) Nenner mit Summe**19**

Aufgabe 661 $f_t(x) = \frac{x^2}{x+t}$

Aufgabe 662 $f_t(x) = \frac{x^2 + 2tx + 1}{2x + 4t}$

Aufgabe 663 $f_t(x) = \frac{x^2 - tx - 3}{2(x-1)}$

Aufgabe 670 $f_t(x) = \frac{x^2 - 4 + t}{x - 2}$ (CAS)

Aufgabe 671 $f_t(x) = \frac{1}{t}x + \frac{t}{x-t}$

Typ 4 Funktionen mit Grad Zähler = Grad Nenner +2**a) Nenner ohne Summe****22**

Aufgabe 761

$$f_t(x) = \frac{t^2x^3 - 8}{4tx}$$

Aufgabe 763

$$f_a(x) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{a}{x}$$

Aufgabe 771

$$f_t(x) = \frac{t^2x^4 + 16t}{4x^2}$$

Aufgabe 772

$$f_t(x) = \frac{4}{x^2} + \frac{tx^2}{4}$$

Lösungen ab Seite 26

Typ 1 Funktionenscharen mit Grad Zähler < Grad Nenner

(a) Nenner ohne Summe

Aufgabe 162

Gegeben ist die Funktionenschar f_t durch

$$f_t(x) = \frac{x-2t}{x^2} \quad \text{für } t > 0 \text{ und } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

- Untersuche das Schaubild K_t von f_t auf Nullstellen, Asymptoten, Extrem- und Wendepunkte.
- Zeichne K_1 für $x \in [-4; 6]$. Welche Wertmenge hat f_t ?
- Wo schneidet die Tangente in der rechten Nullstelle von K_1 die Kurve K_1 noch einmal?
- Die Gerade $y = x$ schneidet K_1 in Z. Berechne die Koordinaten von Z durch ein Iterationsverfahren.

Aufgabe 163

Gegeben ist die Funktionenschar f_t durch $f_t(x) = \frac{4}{x} - \frac{4t}{x^2}$ für $t > 0$ und $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

sowie die Funktion g durch $g(x) = \frac{4}{x}$.

K_t sei das Schaubild von f_t , G sei das Schaubild von g .

- Berechne die Schnittpunkte mit der x -Achse, Asymptoten, Extrem- und Wendepunkte. Bestimme die Gleichung der Kurve C , auf der alle Extrempunkte liegen. Zeichne das Schaubild K_2 und G sowie C für $-6 \leq x \leq 6$ mit 1 cm y -Achse von -4 bis 8.
- Wo schneidet die Tangente T_1 in der Nullstelle von K_t die Kurve K_t noch einmal?
- Es gibt zwei Tangenten T_2 und T_3 an G , die zur Tangente T_1 orthogonal sind. Bestimme deren Berührungspunkte und Gleichungen. Trage sie für $t = 2$ in die Abbildung ein.
- Lege vom Ursprung die Tangente T_1 an die Kurve K_2 . Welche Gleichung hat sie?
- Welche Kurve geht durch $A(8 | 5)$ bzw. durch $D(12 | -1)$? Durch welche Punkte der xy -Ebene geht keine dieser Scharkurven?
- Die Koordinatenachsen und die Parallelen zu ihnen durch den Hochpunkt von K_t bilden ein Rechteck. Berechne dessen Umfang $U(t)$. Für welches t nimmt dieser Umfang einen Extremwert an? Bestimme seine Art und Größe.
- h sei eine beliebige Gerade durch den Punkt $N(1 | 0)$ des Schaubilds K_1 .

Für welche Werte ihrer Steigungszahl m hat die Gerade h weitere Schnittpunkte mit K_1 ?

Aufgabe 171

Gegeben ist die Funktionenschar f_t durch

$$f_t(x) = \frac{x^2 - 4t^2}{x^3} \quad \text{für } t > 0 \text{ und } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

- Untersuche das Schaubild K_t von f_t auf Nullstellen, Asymptoten, Symmetrie, Extrem- und Wendepunkte. Bestimme die Gleichung der Ortskurve C aller Hochpunkte. Zeichne K_1 und C für $-6 \leq x \leq 6$.
- Die Kurve K_t , die x -Achse und die Parallele zur y -Achse durch den Hochpunkt begrenzen eine Fläche. Was ist am Inhalt dieser Fläche bemerkenswert?
- Welcher Punkt Q der Ortskurve C der Hochpunkte hat vom Ursprung die kürzeste Entfernung?

Typ 1 Funktionenscharen mit Grad Zähler < Grad Nenner (b) Nenner mit einer Summe

Aufgabe 261

Gegeben ist die Funktion f_t für $t \in \mathbb{R}$ durch $f_t(x) = 6 \frac{x+2}{x^2+tx+5}$

K_t sei das Schaubild von f_t .

- Untersuche das Schaubild K_4 auf Nullstelle, Asymptoten, Punkte mit waagerechter Tangente. Untersuche f_4 auf Monotonie und verwende das Ergebnis, um zu entscheiden, welcher der Punkte mit waagerechter Tangente Hoch- bzw. Tiefpunkt ist.
- Zeichne das Schaubild K_4 für $-6 \leq x \leq 6$ in ein Achsenkreuz (Längeneinheit 1 cm). Überprüfe, ob das Schaubild K_4 zum Schnittpunkt mit der x-Achse punktsymmetrisch ist.
- Das Schaubild K_4 schließt mit der x-Achse und der y-Achse im 2. Feld eine Fläche ein. Berechne deren Inhalt A.
- Für welche Werte von t besitzt K_t senkrechte Asymptoten und wie viele?
- Verschiebe das Schaubild K_4 so, dass ihr Schnittpunkt mit der x-Achse in den Ursprung fällt. Wie lautet die Gleichung der Bildkurve C?