

# *Katalog*

der Internetbibliothek für  
Schulmathematik

---

aktualisiert am

17. August 2010

zur Version 10.8.2

Mit ausführlichem Index am Ende

Friedrich W. Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

[www.mathe-cd.de](http://www.mathe-cd.de)

## Vorwort

Diese **Internetbibliothek für Schulmathematik** ist keine reine Sammlung von Aufgaben und Beispielen. Vielmehr soll sie wie ein **Nachschlagewerk** im Laufe der Zeit den gesamten gymnasialen Schulstoff ab Klasse 6 aufwärts vorrätig haben.

Die Einsatzmöglichkeiten sind vielfältig. Man findet Erklärungen in ausführlichen **Manuskripten**, die Hinführungen, Erklärungen, Sätze und Beweise enthalten. Dazu gehört naturgemäß eine **große Zahl von Musterbeispielen**, die auch Ausnahmefälle aufzeigen, dann auch zahllose Trainingseinheiten zum Wiederholen und Üben, zusätzliche Aufgaben – Übersichten und breites Prüfungstraining (Klasse 10 und Abitur).

Natürlich findet man auch reine Aufgabenblätter sowie Abitursaufgaben in steigender Zahl. Die **Lösungen der Aufgaben** sind didaktisch aufbereitet und bieten reichhaltig Tipps und Querverweise sowie zusätzliche Erklärungen

Die Intension dieser Veröffentlichung ist somit klar erkennbar:

Der interessierte **Schüler** oder der Abiturient findet hier ausführliche Texte mit sehr vielen Hinweisen und Tipps aus der Praxis, die also nicht im Stile üblicher Unterrichtswerke verfasst sind, sondern die gezielte Hilfen enthalten.

Dem **Lehrer** bietet diese Sammlung die Erfahrung aus 32 Unterrichtsjahren. Er findet hier Anregungen zur Unterrichtsvorbereitung, interessante Einstiege in Sachgebiete, Hinweise, worauf man achten sollte, und vor allem unglaublich viele Musteraufgaben mit Lösung. Also: Eine große Zeitersparnis.

Im Laufe der Zeit werden didaktische Texte folgen, also Beispiele von Unterrichtseinheiten sowie Anregungen zum Aufbau eines Themenbereiches usw.

Nun gibt es natürlich nicht alles gratis. Die **Veröffentlichung im Internet** beschränkt sich auf wenige vollständige Dateien. Die meisten Texte sind als Demotexte eingeschränkt im Umfang und auch ohne die Möglichkeit des Druckens. Sie dienen der Information, was es auf der Mathe-CD so alles gibt.

Die auf der **Mathematik-CD** enthaltenen Dateien sind dagegen vollständig, also mit allen derzeit verfügbaren Lösungen. Außerdem enthalten sie die Grafik in exzellenter Druckqualität, so dass man Kopiervorlagen für den eigenen Unterrichtsbedarf ausdrucken kann.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Band 1: Klasse 6 bis 10</b> .....	<b>1</b>
<b>1.0 Klasse 6 und 7 (ohne Geometrieteile)</b> .....	<b>1</b>
<b>1.0.2 Bruchrechnung Klasse 6</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1 Geometrie</b> .....	<b>3</b>
1.1.1 Dreiecke und Kongruenz .....	3
1.1.2 Vierecke und Flächeninhalte .....	3
1.1.3 Satzgruppe des Pythagoras .....	4
1.1.4 Ähnlichkeitsgeometrie .....	6
1.1.5 Kreis .....	7
1.1.6 Körperberechnungen .....	8
1.1.8 Vektorgeometrie – zweidimensional (Bayerische Realschulen) .....	9
1.1.9 Besonderheiten .....	11
<b>1.2 Algebra Teil 1:</b> .....	<b>12</b>
1.2.1 Terme (Klasse 8) .....	12
1.2.2 Quadratwurzeln .....	15
1.2.2 Gleichungen mit Grad mindestens 2 .....	16
1.2.3 Potenzen und Wurzeln .....	17
1.2.6 Beträge .....	18
<b>1.2.8 Logarithmen – Exponentialgleichungen</b> .....	<b>19</b>
1.6.0 Grundlagen .....	20
1.6.1 Trigonometrische Funktionen .....	21
<b>1.7 CAS – Rechner</b> .....	<b>22</b>
<b>1.8 Funktionen</b> .....	<b>23</b>
<b>1.9 Jahresarbeiten/Klausuren</b> .....	<b>28</b>
<b>Band 2: Analytische Geometrie</b> .....	<b>29</b>
<b>2.0 Geraden</b> .....	<b>29</b>
<b>2.2 Kreisgleichung</b> .....	<b>30</b>
<b>2.3 Ellipsen</b> .....	<b>31</b>
<b>Band 3: Stochastik</b> .....	<b>32</b>
<b>3.1 Grundlagen</b> .....	<b>32</b>
3.1.0 Statistik .....	32
3.1.1 Einführung der Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	32
<b>3.2 Bedingte Wahrscheinlichkeiten</b> .....	<b>34</b>
<b>3.3 Kombinatorik</b> .....	<b>34</b>
<b>3.4 Binomialverteilung - Normalverteilung</b> .....	<b>36</b>
<b>3.5 Tests</b> .....	<b>37</b>
<b>3.6 Spezielles</b> .....	<b>38</b>
<b>3.8 Training Stochastik</b> .....	<b>39</b>
<b>Band 4: Analysis</b> .....	<b>40</b>
<b>4.0 Zahlenfolgen</b> .....	<b>40</b>
<b>4.1 Grundlagen</b> .....	<b>42</b>
4.1.0 Grenzwerte und Stetigkeit .....	42
<b>4.2 Ganzrationale Funktionen</b> .....	<b>45</b>

<b>4.3</b>	<b>Gebrochen rationale Funktionen</b> .....	<b>48</b>
<b>4.4</b>	<b>Wurzelfunktionen</b> .....	<b>51</b>
<b>4.5</b>	<b>Exponentialfunktionen</b> .....	<b>52</b>
<b>4.6</b>	<b>Logarithmusfunktionen</b> .....	<b>55</b>
<b>4.7</b>	<b>Trigonometrische Funktionen</b> .....	<b>57</b>
<b>4.8</b>	<b>Integralrechnung</b> .....	<b>59</b>
4.8.1	Anwendung der Integralrechnung .....	60
4.8.2	Integralrechnung bei bestimmten Funktionen .....	61
<b>4.9</b>	<b>Spezielles</b> .....	<b>62</b>
<b>4.9.0</b>	<b>Extremwertaufgaben</b> .....	<b>62</b>
<b>4.9.1</b>	<b>Prüfungstraining zum mündlichen Abitur</b> .....	<b>62</b>
<b>4.9.2</b>	<b>Integralfunktionen</b> .....	<b>63</b>
<b>4.9.3</b>	<b>Anwendungsaufgaben/Abitur</b> .....	<b>63</b>
<b>4.9.4</b>	<b>Wachstumsfunktionen in der Analysis</b> .....	<b>63</b>
<b>4.9.5</b>	<b>Umkehrfunktionen</b> .....	<b>65</b>
<b>4.9.6</b>	<b>Schaubilderanalysen</b> .....	<b>65</b>
<b>4.9.9</b>	<b>CAS-Lehrgang Funktionen</b> .....	<b>66</b>
<b>Band 5:</b>	<b><i>Besonderheiten</i></b> .....	<b>67</b>
<b>5.0</b>	<b>Komplexe Zahlen</b> .....	<b>67</b>
<b>5.1</b>	<b>Höhere Analysis</b> .....	<b>67</b>
5.1.0	Funktionen mit 2 Variablen.....	67
<b>5.2</b>	<b>Lineare Optimierung</b> .....	<b>68</b>
<b>5.3</b>	<b>Differentialgleichungen</b> .....	<b>68</b>
<b>5.4</b>	<b>Algebraische Kurven</b> .....	<b>68</b>
<b>Band 6:</b>	<b><i>Lineare Algebra - Vektorrechnung</i></b> .....	<b>70</b>
<b>6.1</b>	<b>Gleichungssysteme und Vektorräume</b> .....	<b>70</b>
<b>6.2</b>	<b>Matrizenrechnung</b> .....	<b>74</b>
<b>6.3</b>	<b>Affine Geometrie</b> .....	<b>75</b>
<b>6.4</b>	<b>Metrische Geometrie</b> .....	<b>77</b>
<b>6.5</b>	<b>Kugel und Kreis</b> .....	<b>79</b>
<b>6.6</b>	<b>Vektorprodukt</b> .....	<b>80</b>
<b>6.7</b>	<b>Training Vektorrechnung (Viele Abituraufgaben)</b> .....	<b>81</b>

**Band 1: Klasse 6 bis 10****1.0 Klasse 6 und 7 (ohne Geometrieteile)****1.0.2 Bruchrechnung Klasse 6****10201 Potenzen fürs Gedächtnis**

Lernblatt zum besseren Rechnen

**10210 Teilbarkeit: 9 Trainingseinheiten**

1. Training: Grundbegriffe der Mengenlehre
  - 1.1 Schreibweisen, Mengenbilder und Schnittmengen
  - 1.2 Mengenbilder für 3 Mengen \*)
  - 1.3 Was es sonst noch alles gibt \*)
2. Training: Vielfachmengen
3. Training: Teiler und Teilmengen  
Primzahlen
4. Training: Der größte gemeinsame Teiler
5. Training: Teilbarkeit und Teilbarkeitsregeln  
Teilbarkeit durch 4, 8, 3 und 9 (Quersummenregeln)
6. Training: Potenzen von Zahlen  
Lernblatt zu Potenzen und Quadratzahlen
7. Training: Primfaktorzerlegung von Zahlen
8. Training: Aus den Primfaktoren einer Zahl erstellen wir ihre Teiler
9. Training: ggT / kgV mit Primfaktoren berechnen

**10215 Teilbarkeit: Testaufgaben****10220 Bruchrechnen Teil 1 / 5 Trainingseinheiten**

1. Training: Bruchteile von Schokolade und Pizza
  2. Training: Erweitern von Brüchen
  3. Training: Kürzen von Brüchen
  4. Training: Bruchteile von Maßeinheiten
  5. Training: Gemischte Zahlen
- Lösungsteil für alle Aufgaben

- 10222 Bruchrechnen Teil 2 / Addition und Subtraktion  
6 Trainingseinheiten:**
- 10230 Bruchrechnen: Zahlenrätsel**
- 10240 Bruchrechnen Teil 3 / Multiplikation und Division**
- 10310 Dezimalzahlen**
- 10411 Negative Zahlen 1**
- Einführung negativer Zahlen.  
Rechnen mit Skalen  
Addition und Subtraktion  
Rechnen mit Klammern
- 10412 Negative Zahlen 2**
- Multiplikation und Division  
Distributivgesetz – Rechnen mit Klammern
- 10421 Arbeitsblätter zu Negativen Zahlen**
- Arbeitsblätter aus 10411 bearbeitet zum Ausdrucken, Kopieren und Arbeiten im Unterricht.
- 10511 Zuordnungen 1**
- Einführung in die Proportionalität und den Dreisatz
- 10512 Zuordnungen 2**
- Einführung in die Linearität, Antiproportionalität und die Zuordnungen zwischen drei Größen mit allgemeinen theoretischen Hinweisen für Lehrer
- 10513 Zuordnungen 3**
- Aufgabensammlung und Tests zu 10511 und 10612
- 10515 Zuordnungen 4**
- Eigenständiges Manuskript von Daniel Michael Meyer.  
Trainingsheft für Schüler!
- 10551 Prozentrechnen**
- Trainingsheft für Schüler! – Didaktisches Material für Lehrer
- 10561 Zinsrechnung**
- Auch Zinseszins und einfache Aufgaben von Anwendungen (Darlehen, Ratensparen).
- 10570 Aufgabensammlung zu Prozent und Zins**

## 1.1 Geometrie

### 1.1.1 Dreiecke und Kongruenz

#### 11101 Winkel 1 (Klasse 5 und 6) (40 Seiten)

1. Drehungen durch Winkel messen  
Gebrauch des Geodreiecks  
Viele Kopiervorlagen für Übungen
2. Winkel an Figuren  
Winkelsumme im Dreieck  
Kopiervorlagen  
Parallelogramme und Trapeze
3. Konstruieren von einfachen Dreiecken  
Musterkonstruktionen

#### 11111 Dreiecke – Konstruktionen und Kongruenz

Konstruktionen aus Seiten und Winkeln, die Kongruenzsätze

#### 11121 Zauberlinien im Dreieck

Mittelsenkrechte und Umkreis, Winkelhalbierende und Inkreis, Seitenhalbierende und Schwerpunkt, Höhen und Parallelen, Mittelparallelen, Thaleskreis und rechter Winkel.

Eigenschaften dieser Linien und viele Konstruktionen ausführlich gezeigt

#### 11125 Zauberlinien im Dreieck - Lernblatt

Das Wichtigste auf einer Seite kompakt.

#### 11122 Zauberlinien im Dreieck - Übungen

Viele Aufgaben mit Lösungen und eine Klassenarbeit zu 11121

#### 11151 Drehungen 1 (Klasse 5 und 6)

Drehen von Figuren: 11 große Musteraufgaben, meist als Kopiervorlagen ausgearbeitet – Aufgaben und Lösungen getrennt.

### 1.1.2 Vierecke und Flächeninhalte

#### 11211 Vierecke

1. Allgemeines zu Vierecken
2. Konstruktion von Vierecken
3. Spezielle Vierecke
  - 3.1 Trapeze
  - 3.2 Parallelogramme
  - 3.3 Raute, Rechteck und Quadrat
  - 3.4 Drachen
  - 3.5 Eigenschaften der Vierecksarten

- 4 Achsensymmetrie bei Vierecken  
(Orthogonalsymmetrie – Schrägsymmetrie und  
Seitenhalbierendensymmetrie – Diagonalsymmetrie)
  - 4.1 Geradenspiegelungen
  - 4.2 Achsensymmetrische Vierecke
  - 4.3 Schrägspiegelung
  - 4.4 Schrägsymmetrische Vierecke
  - 4.5 Punktsymmetrische Vierecke
  - 4.5 Symmetrieeigenschaften der Vierecksarten
  
- 5 Wenn-Dann-Sätze
  - 5.1 Identifizierung von Parallelogrammen
  - 5.2 Identifizierung von Rauten und Rechtecken
  - 5.3 Identifizierung von Trapezen
  - 5.4 Identifizierung von Drachen

## 11215 Flächeninhalte

von Dreiecken und Vierecken.  
Arbeiten mit Formeln  
Verwandlungen von Dreiecken und Vierecken in flächengleiche andere Figuren.  
Scherung als flächentreue Abbildung.

### 1.1.3 Satzgruppe des Pythagoras

- 11311 1 Der **Satz des Pythagoras**
  - 1.1 Inhalt des Satzes von Pythagoras  
Umkehrung dieses Satzes
  - 1.2 Ein einfacher Beweis dieses Satzes
  - 1.3 Einfache Aufgaben dazu
  - 1.4 Aufgaben zu Dreiecken und Vierecken:
    - (1) Das gleichschenklige Dreieck
    - (2) Das gleichseitige Dreieck
    - (3) Diagonale eines Rechtecks bzw. Quadrats
    - (4) Höhe eines symmetrischen Trapezes
    - (5) Abstand einer Sehne vom Kreismittelpunkt
  - 1.5 Aufgaben zur Raumgeometrie
    - (1) Raumdiagonale eines Quaders
    - (2) Raumdiagonale eines Würfels
    - (3) Regelmäßige quadratische Pyramiden
    - (4) Tetraeder
  - 1.6 Längenmessung im Achsenkreuz
  - 1.7 Lösungen der Aufgaben 1 bis 11
  
- 11312 § 2 Die **Scherung** als Abbildung.  
§ 3 Der **Kathetensatz**
  - 3.1 Was sagt er aus ?
  - 3.2 Einfache Rechenübungen dazu
  - 3.3 Konstruktionen mit dem Kathetensatz
  - 3,4 Lösungen zu § 2
  
- 11313 § 4 Der **Höhensatz**

- 4.1 Inhalt und Beweis des Höhensatzes
- 4.2 Einfache Anwendungen des Höhensatzes
- 4.3 Konstruktionen mit dem Höhensatz

**11315**      **Pythagoras – Lernprogramm in 60 Schritten zum Selbsterlernen und gründlichstem Wiederholen**

**11321**      Herleitungen zum **Tetraeder** ; Schrägbild

**11325**      Ein Fliesenlegerproblem

**11331**      Klassenarbeit Kl. 9 zur Pythagoras-Gruppe u.a.

**11350**      **Goldener Schnitt – Regelmäßiges Fünfeck / Zehneck**

## 1.1.4 Ähnlichkeitsgeometrie

### 11411 Zentrische Streckungen (1)

- § 1 Zentrische Streckungen – Einführung
- § 2 Zentrische Streckungen – Untersuchungen im Achsenkreuz  
4 ausführliche große Beispiele.

### 11412 Zentrische Streckungen (2)

- § 3 Die Strahlensätze
- § 4 Der so genannte 3. Strahlensatz
- § 5 Die Umkehrung der Strahlensätze
- § 6 Anwendung der Strahlensätze
  - (1) Große Entfernungen bestimmen
  - (2) Baumhöhe durch Schatten bestimmen
  - (3) Kegelstümpfe - Sektglasproblem
  - (4) Physik: Abbildung durch eine Linse
  - (5) Strecke im Verhältnis 3 : 4 teilen
  - (6) Winkelhalbierende eines Dreiecks

### 11413 Zentrische Streckungen (3)

- § 7 Ähnlichkeitsabbildungen (1)
- § 8 Ähnliche Dreiecke
- § 9 Ähnlichkeitsabbildungen (2)  
Viele Abbildungen im großen Achsenkreuz.

### 11421 Zentrische Streckungen / Klassenarbeit

## 1.1.5 Kreis

### 11505 Kreiswinkel 1

- 1 Umfangswinkel, Mittelpunktswinkel  
Sehnen-Tangentenwinkel  
  
Satz des Thales, Konstruktionsanwendungen dazu
- 2 Kreistangenten. Musterkonstruktionen im Achsenkreuz (Kopiervorlagen)
- 3 Sehnenvierecke; Musterkonstruktionen dazu.
- 4 Tangentenvierecke; Musterkonstruktionen dazu.
- 5 Faßkreis-Konstruktionen
- 6 Sekantensatz , Sekanten-Tangentensatz , Sehnenatz; Viele Musteraufgaben

### 11511 Kreisinhalt und Umfang

Annäherung der Kreisfläche durch einbeschriebene und umbeschriebene Rechtecke (Untersumme, Obersumme) bei Zerlegung des Kreisradius in 4, 5 oder 6 Teile.

### 11512 Kreisteile

Kreisringe, Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisbogenzweieck:  
Viele ausführliche Musterrechnungen.

### 11513 Kreisfiguren

Kreis und Quadrat, Kreis und gleichseitiges Dreieck, Kreis und Sechseck,  
Kreisfiguren

### 11520 Kreis – Trainingsaufgaben !!!

Sammlung von Aufgaben, die weiter ergänzt wird .

## 1.1.6 Körperberechnungen

### 11610 Körperberechnungen 1 – Übersicht, Musteraufgaben.

Prisma, Quader, Zylinder, Pyramide, Kegel  
(es fehlen noch: Kegelstumpf und Kugel).

### 11621 Prüfungsaufgaben ohne Verwendung der Trigonometrie

### 11625 Prüfungsaufgaben mit Verwendung der Trigonometrie

## 1.1.7 Koordinatengeometrie

### 11711 Koordinatengeometrie

Aufgabensammlung zur Geraden, Dreiecken und Vierecken im Achsenkreuz

- 1 **Voraussetzung für diese Aufgabensammlung**
  - 1.1 Geradengleichungen
  - 1.2 Aufstellen einer Geradengleichung
  - 1.3 Schnittpunkt zweier Geraden berechnen
  - 1.4 Steigung von senkrechten Geraden
  - 1.5 Lotgerade aufstellen und Lotfußpunkt berechnen
  - 1.6 Streckenlängen berechnen
  - 1.7 Abstand eines Punktes von einer Geraden berechnen
2. **Aufgaben zu Dreiecken**
3. **Aufgaben zu Vierecken**

Die Aufgaben dieser Datei sind Teil der Datei 20050, die noch mehr Aufgaben mit höherem Schwierigkeitsgrad hat.

## 1.1.8 Vektorgeometrie – zweidimensional (Bayerische Realschulen)

### 11811 Vektorgeometrie 1

Für Realschulen in Bayern und Gymnasium bis Abitur (!)

- § 1 Pfeilvektoren
- § 2 Addition von Pfeilvektoren
- § 3 Subtraktion von Pfeilvektoren
- § 4 Vielfache von Pfeilvektoren (S-Multiplikation)
- § 5 Ortsvektoren zu Punkten
- § 6 Punkte auf einer Strecke

### 11812 Vektorgeometrie 2 - Skalarprodukt und Metrik

#### § 6 Skalarprodukt

- 6.1 Motivation
  - Vektoren aus der Physik
  - Begriff der Arbeit
- 6.2 Polarkoordinaten von Vektoren
- 6.3 Die erste Grundformel für das Skalarprodukt
- 6.4 Die Länge eines Pfeils – der Betrag eines Vektors
- 6.5 Die zweite Grundformel für das Skalarprodukt
- 6.6 Rechengesetze für das Skalarprodukt
  - 1. Kommutativgesetz
  - 2. Assoziativgesetz
  - 3. Distributivgesetz
  - 4. Binomische Formeln

#### § 7 Metrik – Anwendungen in der Geometrie

- 7.1 Seiten- und Winkelberechnung in Dreiecken
- 7.2 Richtungsvektoren von Geraden
- 7.3 Schnittwinkel von Geraden
- 7.4 Bestimmung von besonderen Punkten
  - Rechtwinkelbedingung – Lot fällen
  - Operative Methode
  - Punkte an Geraden spiegeln
- 7.5 Drehung von Pfeilen um  $90^\circ$

#### § 8 Allerlei Ergänzungen

- 8.1 Determinante aus zwei Vektoren
  - Flächeninhalt eines Parallelogramms / Dreiecks
  - Interessante Beweise zur Determinantenformel!
- 8.2 Trägerkurven oder Ortskurven

### 11821 Vektorgeometrie 3 - Abbildungen

- § 1 Grundlagen der Vektorrechnung
- § 2 Verschiebung von Punkten
- § 3 Verschiebung von Kurven, Verschiebungsgleichungen
- § 4 Einschub: Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor
- § 5 Drehung von Punkten um den Ursprung
  - 5.1 Die Abbildungsgleichungen und ihre Herleitung
  - 5.2 Anwendungen der Drehungsformeln
  - 5.3 Drehungsgleichungen in Matrixschreibweise
  - 5.4 Anwendungen der Matrixformeln
  - 5.5 Aufgaben mit Lösungen (30 Seiten)
- § 6 Drehung von Geraden oder Figuren um den Ursprung

- § 7 Spiegelung an einer Ursprungsgeraden
  - 7.1 Die Abbildungsgleichungen und ihre Herleitung
  - 7.2 Übungsbeispiele
- § 8 Spiegelung an einer beliebigen Geraden
- § 9 Drehung um ein Zentrum  $M \neq O$
- § 10 Drehung von Vektoren
- § 11 Zentrische Streckung von  $O$  aus
- § 12 Zentrische Streckung von  $Z \neq O$  aus
  - 12.1 Streckung von Punkten
  - 12.2 Streckung von Vektoren
- § 13 Verknüpfung (Verkettung) zweier Abbildungen
  - 13.1 Verknüpfung zweier Verschiebungen
  - 13.2 Verknüpfung zweier Drehungen
  - 13.3 Verknüpfung zweier Spiegelungen an U'geraden
  - 13.4 Verknüpfung ... zur Drehstreckung

### **11831 Prüfungsaufgaben aus Bayerns Realschulen mit Vektormethoden**

**Teil 1 Aufgaben ohne trigonometrische Parameter**

**Teil 2 Aufgaben mit Parabeln**

**Teil 3 Aufgaben mit trigonometrischen Parametern**

### **11841 Prüfungsaufgaben aus Bayerns Realschulen mit Vektormethoden und Abbildungen**

## 1.1.9 Besonderheiten

### 11911 Exotische Geometrie (von Florian Modler)

1	Sätze von Ceva und Menelaos	1
2	Merkwürdige Punkte und Linien im Dreieck	12
	Ähnliche Dreiecke	
	Seitenhalbierende und Schwerpunkt	
	Höhenschnittpunkt	
	Schnittpunkt der Winkelhalbierenden (Inkreis)	
	Schnitt der Mittelsenkrechten (Umkreis)	
	Anhang: Strahlensätze und Satz von Stewart	24

## 1.2 Algebra Teil 1:

### 1.2.1 Terme (Klasse 8)

#### 12101 Teil 1

- 1 Was sind und was leisten Terme
- 2 Zusammenfassen und Ordnen von Termen
- 3 Ausmultiplizieren und Ausklammern  
Vorsicht beim Umgang mit Minuszeichen , Vorsicht beim Umgang mit Potenzen
- 4 Multiplizieren von Klammern
- 5 Kompliziertere Aufgaben  
Produkte mit mehr als 2 Klammern

#### 12102 Teil 2

- 6 Binomische Formeln
  - 6.1 Vorübung
  - 6.2 Die 1. Binomische Formel
  - 6.3 Die 2. Binomische Formel
  - 6.4 Die 3. Binomische Formel
  - 6.5 Teuflische Minuszeichen
  - 6.6 Vermischte Aufgaben
  - 6.7 Noch kompliziertere Terme

#### 12103 Teil 3

- 7 Faktorisieren
  - 7.1 Umkehrung der Binomischen Formeln
  - 7.2 Zusätzliches Ausklammern
  - 7.3 Aufgabe 7

#### 12104 Teil 4

- 8 Faktorisieren mit beliebigen Klammern
  - 8.1 Wiederholung
  - 8.2 Zerlegung in  $(x + a)(x + b)$
  - 8.3 Aufgabe 3
  - 8.4 Aufgabe 4
  - 8.5 Bemerkungen

#### 12105 Teil 5

- 9 Berechnung von und  $(a + b)^n$ 
  - 9.1  $(a + b)^3$  und  $(a - b)^3$
  - 9.2  $(a + b)^4$  ,  $(a + b)^5$  , Pascalsches Dreieck...
- 10  $(a + b + c)^2$

#### 12107 Trainingsaufgaben

## 12111 Bruchterme 1

1. **Werte berechnen**
  - 1.1 Definitionsbereiche
  - 1.2 Werte für Bruchzahlen berechnen
2. **Äquivalente Terme**
  - 2.1 Was heißt hier „gleich“ ?
  - 2.2 Kürzen und Erweitern bei Bruchtermen  
Aufgabenblatt  
Ein besonderer Kürzungstrick  
Und noch etwas zum schnelleren Rechnen
  - 2.3 Definitionsbereich beim Kürzen
3. **Lösungen zu allen Aufgaben**

## 12112 Bruchterme 2

- 1 Addition und Subtraktion von Brüchen
- 2 Addition und Subtraktion von Bruchtermen  
Aufgabenblatt
- 3 Multiplikation und Division von Brüchen
- 4 Multiplikation und Division von Bruchtermen
- 5 Polynomdivision
- 6 Partialbruchzerlegung
7. Lösung der Aufgaben

## 12140 Lineare Gleichungen

- 1 Grundlagen und ein wenig Theorie
  - 1.1 Was sind lineare Gleichungen ?
  - 1.2 Wie findet man die Lösung einer Gleichung
  - 1.3 Die Methode der Äquivalenzumformungen
- 2 Musterbeispiele  
Musterbeispiele mit Brüchen  
Sonderfälle (unlösbare und allgemein gültige Gl.
- 3 Quadratische Gleichungen, die auf lineare Gl. führen
- 4 Textaufgaben, die zu Gleichungen führen
- 5 Trainingsteil: 49 Aufgaben  
Musterlösungen dazu

## 12145 Bruchgleichungen – die nicht auf quadratische Gleichungen führen.

## 12150 Lineare Ungleichungen

- 1 Einfachste Gleichungen und Ungleichungen; Intervalle
- 2 Wiederholung: Lineare Gleichungen
- 3 Lineare Ungleichungen  
Typ 1:  $x + a \neq b$   
Typ 2:  $a \cdot x \neq b$   
Zwischenbetrachtung:  
Was bedeuten Äquivalenzumformungen geometrisch ?  
Verschiebungen, Streckungen und Spiegelungen  
Typ 3:  $ax + c \neq b$   
Typ 4: Kompliziertere Ungleichungen

- 4 Typ 5: Scheinbar quadratische Ungleichungen
- 4 Lineare Doppelungleichungen
- 5 Oder-Verknüpfungen von Ungleichungen
- 6 Lösung der Aufgaben

## **12160 Lineare Betragsgleichungen und –Ungleichungen**

## **12170 Geradengleichungen für Klasse 8 und 9**

- § 1 Gleichungen mit 2 Unbekannten
- § 2 Proportionalitäten
- § 3 Gleichungen der Form  $y = mx + n$ 
  - Zeichnen einer Geraden
  - Sonderfälle für Geradengleichungen
  - Die allgemeine Gleichung  $ax + by + c = 0$
  - Lernblatt „Geradengleichung“
- § 4 Die Gleichung einer Geraden ermitteln
- § 5 Den Schnittpunkt zweier Geraden berechnen
- Das Gleichsetzungsverfahren
- § 6 Das Additionsverfahren u. a.

**Gleicher Text mit vielen Erweiterungen in 20010 !**

## **12171 Lineare Funktionen: Testaufgaben**

## **12180 Gleichungssysteme Teil 1:**

2 oder 3 Gleichungen mit 2 Unbekannten, auch viele Textaufgaben

## **12181 Gleichungssysteme Teil 2**

3 Gleichungen mit 3 Unbekannten

4 Gleichungen mit 4 Unbekannten

## **12190 Lineare Ungleichungen mit 2 Variablen**

Halbebenen, Streifen, Vielecke.

Dient der Vorbereitung der linearen Optimierung. (Siehe auch Datei 52010)

## **12191 Lineare Optimierung 1**

(Siehe auch Datei 52100)

## **12192 Lineare Optimierung 1 – Aufgabensammlung**

(Siehe auch Datei 52101)

## 1.2.2 Quadratwurzeln

### 12201 Quadratwurzeln 1

- § 1 Quadratwurzeln1
- § 2 Multiplizieren von Quadratwurzeln  
Anwendungen: Zerlegung von Wurzeln  
Teilweises (Partielles) Ziehen einer Wurzel
- § 3 Wurzeln aus Potenzen ziehen
- § 4 Dividieren von Wurzeln  
Nenner (ohne Summen) rational machen
- § 5 Addition und Subtraktion von Wurzeln
- § 6 Anwenden der binomischen Formeln auf Wurzelterme  
Nenner mit Summen rational machen
- § 7 Wurzelterme mit Variablen  
Definitionsbereich für Wurzelterme
- § 8 Werte aus Wurzeltermen berechnen
- § 9 **Wiederholung: Methodentraining**
- § 10 **Vermischte Aufgaben**

Lösungen der Aufgaben

### 12202 Reelle Zahlen

- § 1 Intervallschachtelungen für Wurzeln
  - § 2 Zahlenarten
  - § 3 Irrationale Zahlen
  - § 4 Näherungsverfahren von Heron
- Lösung der Aufgaben

### 12203 Aufgaben 2a zu Potenzen und Wurzeln

Geeignet und eingerichtet für Moodle (Intranet-Systeme)

### 12205 Lernblatt Wurzeln mit Variablen

### 12210 n-te Wurzeln Themenheft mit Trainingsaufgaben

## 1.2.2 Gleichungen mit Grad mindestens 2

### 12220 Quadratische Gleichungen 1

#### Einführung: Theorie - Beispiele - Aufgaben:

Lösen quadratischer Gleichungen und von Gleichungen, die nach einer Substitution auf quadratische Gleichungen führen, z.B. Biquadratische Gleichungen :

### 12221 Übungsheft: Musteraufgaben und sehr viele Übungsaufgaben mit Musterlösungen.

Speziell für Moodle-Systeme angefertigt.

Auch zur Wiederholung geeignet

### 12222 Quadratische Gleichungen- Ein Lern- und Übungsprogramm (Über 60 Lernschritte – in Aufgabe und Lösung aufgegliedert)

### 12223 Textaufgaben, die auf quadratische Gleichungen führen

### 12225 Lernblatt: Quadratische Gleichungen

### 12236 Quadratische Ergänzungen Für quadratische Gleichungen, Parabel- und Kreisgleichungen

### 12240 Bruchgleichungen 2 (die auf quadr. Gl. Führen)

### 12241 Übungsaufgaben zu 12240 (für Moodle)

### 12242 Wurzelgleichungen 1

### 12260 Gleichungen höheren Grades

Gleichungen 3. 4. und 5. Grades ; Spezialfälle und Anwendung von Polynomdivision und Horner Schema

### 12270 Methodentraining zum Lösen von Gleichungen

Verschiedene Tests mit je 4 verschiedenartigen Gleichungen.

Ausführliche Bestrehung: Welche Methode gehört zu welchem Merkmal.

## **1.2.3 Potenzen und Wurzeln**

### **12300 Potenzen mit natürlichen Exponenten**

### **12301 Potenzen mit negativen Exponenten**

### **12302 Potenzen mit gebrochenen Exponenten**

### **12305 Aufgaben 1a zu Potenzen**

### **12306 Aufgaben 1b zu Potenzen**

### **12310 Potenzrechnen**

Potenzgesetze – n-te Wurzeln – Wurzeln als Potenzen schreiben

Rechnen mit Wurzeln – alles was es gibt

Altes, immer noch gutes Manuskript.

### **12311 Potenzen wiederholen**

Für Schüler ab Klasse 9 bis zum Abitur

Eingangstest zum Ermitteln der Grundkenntnisse

Wiederholung der Grundlagen des Potenzrechnens, Beispiele, Trainingsaufgaben

Wiederholung der Grundlagen des Wurzelrechnens, Beispiele, Trainingsaufgaben

### **12321 Lernprogramm in 59 Schritten**

### **12333 Schweres Übungsblatt**

### **12335 Test: Grundkenntnisse Algebra**

### **12351 Lernblatt: Dritte und vierte Wurzeln**

### **12500 Aufgabensammlung (über 180 Seiten)**

Riesige Sammlung von Trainingsaufgaben über das Rechnen mit Quadratwurzeln, Potenzen und n-te Wurzeln. (Im März 1010 nahezu verdoppelt worden)

Die Aufgaben sind thematisch so geordnet, dass man zu jeder Rechenart sofort Übungsmöglichkeiten findet.

### **12510 Sammlung von 10 Tests aus meinem Unterricht**

Die hier vorliegende Sammlung von Tests gibt Querschnitte durch den Stoff „Potenzen und Wurzeln“ wie sie in Tests abgeprüft werden. Alle die hier vorkommen Aufgaben sind Teil von 12500.

## **1.2.6 Beträge**

### **12610 Quadratische Ungleichungen**

Theorie aufbauend auf quadratischen Funktionen  
Vorzeichentabellen  
Gebietseinteilung bei ganzrationalen Funktionen  
Fallunterscheidungen anwenden lernen.

### **12612 Bruchungleichungen**

### **41055 Lineare Betragsgleichungen und -Ungleichungen, Reinquadratische Ungleichungen (aus dem Kapitel: Betragfunktionen)**

### **41056 Lösungen zu 41055**

## **1.2.8 Logarithmen – Exponentialgleichungen**

### **12810 Grundlagen**

Rechnen mit Logarithmen, Logarithmusgleichungen

### **12820 Lernblatt: Rechnen mit Logarithmen**

### **12830 Lernprogramm (50 Lernschritte)**

### **12850 Große Sammlung von Trainingsaufgaben**

### **12880 Exponentialgleichungen Musterbeispiele und Trainingsaufgaben**

## **1.2.9 Teste und Wiederholungen**

### **12901 Terme – Grundlagen**

Zur Wiederholung auf Prüfungen.

### **12902 Terme – Tests**

## 1.6 Trigonometrie

### 1.6.0 Grundlagen

#### 16011 Einführung von Sinus Kosinus und Tangens

als Punktkoordinaten am Einheitskreis. Tangens als Tangentenabschnitt. Erarbeitung wichtiger Zusammenhänge und Formeln:

#### 16012 Trainingsheft zu Sinus / Kosinus

Punktkoordinaten am Einheitskreis – Sinus und Kosinus bis  $360^\circ$  – Bogenmaß.

Einfache Gleichungen lösen. Mit Taschenrechner oder CAS-Rechner (Casio ClassPad bzw. TI Nspire).

#### 16013 Grundlagentest

Zum Inhalt von 16012

#### 16021 Berechnung rechtwinkliger Dreiecke und anderer Figuren mit rechtwinkligen Teildreiecken.

- 1 Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck
- 2 **4 Grundaufgaben im rechtwinkligen Dreieck:**
  1. Gegeben 1 Kathete und die Hypotenuse
  2. Gegeben beide Katheten
  3. Gegeben 1 Winkel und die Hypotenuse
  4. Gegeben 1 Winkel und 1 Kathete
- 3 Gleichschenklige Dreiecke
- 4 Kreisabschnitte, Kreisbogenzweieck
- 5 Beliebige Dreiecke
- 6 Trapeze
- 7 Bestimmen von Entfernungen und Höhen (Gekoppelte und geschachtelte Dreiecke)

#### 16025 Das nicht rechtwinklige Dreieck (erweitert Nov. 2002)

- |   |  |    |
|---|--|----|
| 1 | Der Sinussatz – Herleitung und Anwendung                     | 1  |
|   | Der teuflische Sonderfall $SSW_k$                            | 5  |
| 2 | Der Kosinussatz – Herleitung und Anwendung                   | 9  |
|   | 2.1 Herleitung   |    |
|   | 2.2 Winkelberechnung mit dem Kosinussatz                     |    |
|   | 2.4 Lösungsvielfalt beim Kosinussatz – eine teuflische Falle |    |
| 3 | Übersicht über Dreiecksberechnungen                          | 18 |
| 4 | Ausführliche Trainingsaufgaben                               | 21 |

#### 16030 Lernblatt: Das nicht rechtwinklige Dreieck

#### 16031 Trainingsaufgaben

Große Sammlung von Aufgaben (auch Prüfungsaufgaben), die ohne Sinussatz und Kosinussatz auskommen.

#### 16032 Trainingsaufgaben

Große Sammlung von Aufgaben (auch Prüfungsaufgaben), die Sinussatz und Kosinussatz benötigen.

## 1.6.1 Trigonometrische Funktionen

### 16110 Trigonometrische Gleichungen (Teil 1) Einfache Gleichungen, Substitution

#### *Inhalt*

1.	Die Sinusfunktion (Zusammenfassung)	1
2.	Einfache Sinusgleichungen	3
3.	Die Kosinusfunktion (Zusammenfassung)	4
4.	Einfache Kosinusgleichungen	6
5.	Die Tangensfunktion (Zusammenfassung)	7
6.	Einfache Tangensgleichungen	8
7.	Einfache Gleichungen mit Substitution (Musterlösungen)	9
8.	Aufgaben	16
9.	Lösungen zu diesen Aufgaben	17 bis 28

### 16120 Trigonometrische Gleichungen (Teil 2): Trainingsaufgaben

Große Sammlung an Gleichungen mit sehr ausführlichen Musterlösungen

### 16130 Trigonometrische Formeln (Viele Beweise!)

1.	Motivationsversuch für Schüler	1
2.	Formeln für $\alpha + \beta$ und $\alpha - \beta$	2
3.	Formeln für Vielfache von Winkeln	12
4.	Umwandlung der Funktionen ineinander	17
5.	Ein Problem aus der Analytischen Geometrie	20
6.	Formeln zu Summen / Produkten von Funktionswerten	22
	Formelsammlung; Übersichtsblatt	26
	Lösung der Aufgaben	27 ff

### 16140 Trigonometrische Funktionen 1

Grundeigenschaften von Sinus, Kosinus und Tangens  
Verschiebung und Streckung von Sinuskurven

### (47011) Trigonometrische Funktionen 2 in Kapitel 4)

Überlagerung von Funktionen, auch mit verschiedener Periode.  
Großes Schaubild-Galerie mit über 40 Kurven.

### 16140 Trigonometrische Funktionen

Große Sammlung an Kurvengleichungen und Abbildungen.  
Untersuchung der Grundeigenschaften: Periode, Nullstellen,  
Abbildungen.

## 1.7 CAS – Rechner

Hier entsteht eine kleine Bibliothek mit Anleitungen und Aufgabensammlungen zu den neuen CAS-Rechnern, die jetzt in den Gymnasien Einzug halten.

Alle diese Texte werden ständig erweitert, verbessert und ergänzt !

Die erste Datei liegt vor:

### 17011 Algebra 1 mit dem CASIO ClassPad 300

Hier wird gezeigt, wie man mit diesem Rechner zunächst einmal die üblichen Taschenrechnerfunktionen ausführt, also die Grundrechenarten, Rechnen mit Brüchen, Wurzeln, Potenzen und Logarithmen. Ein größerer Abschnitt ist der Trigonometrie gewidmet.

### 17012 Algebra 2 mit dem CASIO ClassPad 300

Hier geht es um Termumformungen, Bruchterme, Gleichungen und Gleichungssystem.

### 17100 Algebra-Kurs mit TI Nspire CAS

Ein Themenheft mit doppelter Zielsetzung:  
Der Schüler lernt die wichtigsten Methoden zur Lösung von Algebraaufgaben mit dem CAS-Rechner Nspire von Texas Instruments. Parallel dazu wird gezeigt, wie man diese Aufgaben von Hand löst, denn vom Schüler wird zukünftig beides verlangt, er muss den CAS-rechner beherrschen wie bisher seinen Taschenrechner, er muss aber auch alles von Hand lösen können.

Teil 2 in Vorbereitung

### 17101 Nspire Grundlagen

### 17105 Nspire: Eingabe wissenschaftlich geschriebener Dezimalzahlen

### 17311 Nspire Tipps:

Definition von Funktionen mit Parametern und die richtige Art der Definition der Ableitungsfunktion.

## 1.8 Funktionen

### 18000 Funktionen Inhaltsdatei

Wo findet man welches Thema ?

### 18010 Funktionen 1

1	Funktionsbegriff allgemein	1
2	Potenzfunktionen	7
2.1	Gerader natürlicher Exponent	7
2.2	Ungerader natürlicher Exponent Symmetriearten	8 9
2.3	Ungerader negativer Exponent	10
	$\lim_{ x  \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$	11
2.4	Gerader negativer Exponent	12
2.5	Gebrochene Exponenten	14
2.6	Aufstellen von Gleichungen	16
2.7	Aufgaben	21

### 18011 Funktionen 2: Ganzrationale Funktionen

1	Grundlagen	1
2	Symmetrieeigenschaften	2
3	Verhalten für $ x  \rightarrow \infty$	3
4	Wertmengen	7
5	Nullstellen	8
6	Gebietseinteilungen	10
7.	Beispielrechnungen für Nullstellen ganzrat. Funktionen	14
7.1	Funktionen 2. Grades	14
7.2	Funktionen 3. Grades	21
7.3	Funktionen 4. Grades	29
7.4	Funktionen 5. Grades	38
8	Aufgabenblatt	40
	Lösungen	41 - 47

### 18020 Parabeln 1 Teil 1

Scheitelform- Zeichnen von Parabeln

### 18021 Aufgaben aus 18020 mit ausführlichen Lösungen

### 18022 Zusätzlichen Übungen zu 18020

### 18023 Parabeln 2

Scheitelbestimmung in der Normalform: Quadratische Ergänzung oder Scheitelformel.  
Nullstellenberechnungen. Extremwertaufgaben.

### 18024 Parabeln 3: Parabeldiskussionen

### 18025 Parabeln 4: Übungsaufgaben zu Parabeldiskussionen

**18026 Parabeln 5: Gleichungen aufstellen****18027 Parabeln 6: Abbildung von Parabeln****18028 Parabeln 7: Schnittaufgaben**

Wiederholung zur Geradengleichung  
Schnitt von Parabel und Gerade  
Tangenten an Parabeln – Grundaufgaben  
Schnitt zweier Parabeln.

**18029 Parabeln 8: Grundaufgaben zu Parabeln**

Zusammenstellung der wichtigsten Methoden

**18030 Parabeln 9: Aufgaben aus 18029 mit Lösungen****18035 Quadratische Funktionen / Extremwertaufgaben****18040 Funktionen und Gleichungen höheren Grades**

Nullstellenberechnung bei ganzrationalen Funktionen führen auf Gleichungen bis 7. Grades.  
Einsatz des GTR zur Darstellen, Nullstellenfindung und zur Lösung der Gleichungen  
3. bis 7. Grades. Sehr viele Beispiele!

**18050 Horner-Schema (Version für Sekundarstufe 1)**

- §1 **Funktionswerte berechnen**
  - 1.1 Die Grundidee
  - 1.2 Beispiele und Aufgaben
  - 1.3 Ein wenig Theorie dazu
- § 2 **Einen Linearfaktor abspalten**
  - 2.1 Benötigte Vorkenntnisse
  - 2.2 Horner-Schema ersetzt hier Polynomdivision
    - (1) Methode und erste Beispiele
    - (2) Abspalten zweier Linearfaktoren (doppeltes Horner-Schema)
    - (3) Theorie für Neugierige
    - (4) Verkürztes doppeltes Horner-Schema (Polynomdivision durch quadratische Terme)
- § 3 **Polynomdivision immer durch Horner-Schema ersetzen**
- § 4 Lineare Transformationen – Verschiebung von Kurven
- § 5 Ableitungswerte mit dem Horner-Schema berechnen
- § 6 Umwandlung: Binärsystem in Dezimalsystem

**18110 Umkehrfunktionen**

- 1 Wiederholung: Grundwissen – Funktionsbegriff
- 2 Existenz einer Umkehrfunktion
- Umkehrfunktionen quadratischer Funktionen
- 3 Umkehrfunktionen zu Potenzfunktionen
- 4 Wurzelfunktionen als Umkehrfunktionen identifizieren
- 5 Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen
- 6 Umkehrfunktionen zu Sinus, Kosinus und Tangens
- 7 Aufgabensammlung mit Lösungen (15 Seiten)

**18120 Wurzelfunktionen**

Untersuchung einfacher Wurzelfunktionen für Klasse 9/10.

Die Schaubilder sind Halbparabeln, die durch Verschiebungen aus der Normalparabel  $y^2 = x$  entstehen oder über Umkehrfunktionen erzeugt werden.

Andere Funktionen „stellen Halbkreise dar“.

Aufstellen von Funktionsgleichungen aus dem Schaubild.

Dieser Text hat für die Oberstufe die Nummer 44010.

## 18150 Logarithmusfunktionen

Herleitung als Umkehrfunktionen zu Exponentialfunktionen.

Zeichnen von Kurven

Aufstellen der Kurven / Funktionsgleichung aus dem Schaubild.

**Charakteristisches Trapez!**

## 18190 Lineares Wachstum

## 18200 Exponentialfunktionen 1

Grundlegende Eigenschaften, Kurven zeichnen, Verschiebungen und Streckungen

Kurvengleichung aus der Zeichnung aufstellen.

## 18201 Exponentialfunktionen 2

Lösungen der Aufgaben aus 28100

## 18211 Exponentielles Wachsen 1

Einführung in die Aufgabenstellung und Kennenlernen der Wachstumsfunktionen.

Alle wichtigen Grundaufgaben dazu

Musterbeispiele

## 18211 Exponentielles Wachstum 2

§ 1 Große Musteraufgaben zum exponentiellen Wachstum

Beispiel 1: Untersuchung der Funktion  $f(t) = 120 \cdot 1,08^t$

Beispiel 2: Aufstellen einer Wachstumsfunktion (Grundaufgabe)

Beispiel 3: Schnelles Wachstum von Bakterien

Beispiel 4: Nochmals Bakterienwachstum

§ 2 Zinseszinsrechnung

Beispiel 5: Kapitalverzinsung

Beispiel 6: Arbeiten mit variablem Zinssatz

Beispiel 7: Kontenvergleich mit verschiedenen Zinssätzen

Beispiel 8: Monatliche Verzinsung

Beispiel 9: Wachstumsvergleich bei verzögertem Beginn

## 18212 Exponentielle Abnahme

§ 1 Theoretische Überlegungen

1.1 Wiederholung: Exponentielles Wachstum

1.2 Exponentielle Abnahme auf 0

- § 2 Musterbeispiele  
Beispiel 1: Temperaturabnahme  
Beispiel 2: Absterbender Bakterienstamm  
Beispiel 3: Radioaktiver Zerfall  
Beispiel 4: Radioaktiver Zerfall  
Beispiel 5: Radioaktiver Zerfall  
Beispiel 6: Absorption von Licht im Wasser

## 18213 Beschränktes Wachstum

- § 1 **Beschränktes Wachstum**
- 1.1 Verschiedene Arten des Wachstums
- 1.2 Modell des beschränkten Wachstums  
Allgemeine Untersuchung des Beschränkten Wachstums
- 1.3 Musterbeispiele – zuerst zum abstrakten Üben des Ansatzes
- 1.4 Musterbeispiele – Anwendungsaufgaben  
Beispiel 5: Erwärmung einer gekühlten Vanillesoße  
Beispiel 6: Erwärmung eines gekühlten Schokopuddings  
Beispiel 7: Aufladen eines Kondensators
- § 2 **Beschränkte Abnahme**
- 2.1 Verschiedene Arten der Abnahme
- 2.2 Theorie zur beschränkten Abnahme  
Konsequenzen für einen einfacheren Ansatz
- 2.3 Anwendungsaufgaben zur beschränkten Abnahme  
Beispiel 1: Sehr gründliche Pudding-Abkühlungs-Aufgabe  
Beispiel 2: Noch eine Abkühlungsaufgabe (KA-Muster)  
Beispiel 3: Mäuseexperiment
- § 1 Beschränktes Wachstum

## 18250 Didaktische Hinweise zu 18250

## 18250 Finanzmathematik

### Zinseszinsrechnung

#### Ratensparverträge

Umgang mit der Kontostandsfunktion

#### Rentenzahlungen

Annuitätendarlehen, Zins und Tilgung,

#### Bausparvertrag

Lösungen der Trainingsaufgaben

Viele Anwendungen für CAS-Rechner und Grafikrechner.

## 18300 Aufgabensammlung zum exponentiellen Wachstum

### Fortsetzung der Wachstumsfunktion in 4.9.4 Wachstumsfunktionen in der Analysis

**18401 Regression mit CAS**

**18500 Aufgabensammlung zur Wiederholung aller Funktionsarten**  
Prüfungsvorbereitung!

## **1.9 Jahresarbeiten/Klausuren**

**19066 Jahresarbeit Klasse 6 / 2006**

**19076 Jahresarbeit Klasse 7 / 2006**

**19077 Jahresarbeit Klasse 7 / 2007**

**19086 Jahresarbeit Klasse 8 / 2006**

**19093 Jahresarbeit Klasse 9 / 2003**

**19103 Jahresarbeit Klasse 10 / 2003**

**19104 Klausur Nr. 3 Klasse 10b / 2009**

**19105 Klausur Nr. 3 Klasse 10c / 2009**

## ***Band 2: Analytische Geometrie***

### **2.0 Geraden**

#### **20010 Geradengleichungen**

Geraden im Koordinatensystem zeichnen, Geradengleichungen aufstellen.

Die Punktprobe machen.

Punktsteigungs-Form, Zweipunkteform.

Parallele und orthogonale Geraden

Schnittpunkte von Geraden berechnen

#### **20011 Geraden - Aufgabensammlung**

Aufgaben und ausführliche Lösungen aus 20010

#### **20015 Schnittwinkel von Geraden, Innenwinkel des Dreiecks, Lotgeraden; Abstände, Flächeninhalte**

#### **20020 Winkelhalbierende**

Die Gleichung einer Winkelhalbierenden aufzustellen ist gar nicht einfach.

Hier werden verschiedene Methoden gezeigt.

#### **20030 Ein Dreiecksproblem**

#### **20040 Mittelsenkrechten eines Dreiecks / Umkreis eines Dreiecks**

#### **20050 Große Aufgabensammlung zur Dreiecken und Vierecken**

## 2.2 Kreisgleichung

### 22111 §1 Kreisgleichungen

- 1.1 Definition und erste Beispiele
- 1.2 Mittelpunkt und Radius (quadratische Ergänzung)
- 1.3 Wurzelfunktionen und Halbkreise
- 1.4 Aufgaben zur Kreisgleichung
- 1.5 Kreis durch 3 Punkte (Umkreis eines Dreiecks)

### 22112 § 2 Kreis und Gerade

- 2.1 Achsenparallele Geraden
- 2.2 Schräge Geraden
- 2.3 Kreistangenten: Grundaufgaben:  
GA 1: Gerade als Tangente identifizieren  
GA 2: Tangente im Kreispunkt B erstellen  
GA 3a: Tangente parallel zu einer Geraden  
GA 3b: Tangente senkrecht zu einer Geraden  
Die allgemeine Tangentengleichung

### 22113 § 3 Mehrere Kreise

- 3.1 Schnitt zweier Kreise
- 3.2 GA 4: Tangente von einem Punkt Q an k.
- 3.3 Schnittbedingung für zwei Kreise
- 3.4 Kreisscharen

### 22114 Training: Zusammenstellung der Aufgaben aus 22111, 22112 und 22113.

---

### 22210 Aufgabensammlung 1

10 kleinere Aufgaben zum Thema Kreis, Gerade, Tangente usw.  
(Diese Sammlung ersetzt teilweise ältere jetzt gelöschte Dateien)

### 22250 Aufgabensammlung 2

10 teilweise sehr umfangreiche Aufgaben zum Thema Kreis, Gerade, Tangente usw.  
2 Aufgaben befassen sich ausführlich mit Kreisscharen.  
(Diese Sammlung ersetzt teilweise ältere jetzt gelöschte Dateien)

### 22260 Aufgaben mit Lösungen: Kreis ( $\mathbb{R}^2$ ), auch vektorielle Lösungen

## 2.3 Ellipsen

### 23111 Ellipsen 1

- § 1 **Ellipse als Streckbild eines Kreises**
  - 1.1 Voraussetzung 1: Kreisgleichungen
  - 1.2 Voraussetzung 2: Streckung in y-Richtung
  - 1.3 Streckung eines Ursprungskreises zur Ellipse
  - 1.4 Allgemeine Gleichung einer Ursprungsellipse
  - 1.5 Ellipse mit verschobenem Mittelpunkt
  - 1.6 Konstruktion von Ellipsenpunkten
  
- § 2 **Krümmungskreise für Ellipsen**

Lösungen zu den Aufgaben

### 23112 Ellipsen 2

- § 3 **Abstandsberechnungen**
  - 3.1 Aufgabe 1
  - 3.2 Aufgabe 2
  - 3.3 Gärtnerkonstruktion der Ellipse
  - 3.4 Zirkelkonstruktion von Ellipsenpunkten
  
- § 4 **Leitkreis konstruktionen**
  - 4.1 Die Leitkreisfigur (LKF)
  - 4.2 Winkel in der Leitkreisfigur
  - 4.3 Konstruktion von Ellipsenpunkten mit der LKF
  - 4.4 Tangentenkonstruktion mit der LKF
  - 4.5 Tangente parallel zu einer Geraden
  - 4.6 Tangente von einem Punkt Q an die Ellipse
  - 4.7 Noch etwas Interessantes  
Anwendung: Tangentenkonstruktionen

### 23113 Ellipsen 3

- § 5 **Tangenten und Streckungen**
  - 5.1 Wiederholung und Zusammenfassung
  - 5.2 Aus Kreistangente wird Ellipsentangente
  - 5.3 Gleichung einer Kreistangente
  - 5.4 Gleichung einer Ellipsentangente
  - 5.5 Konstruktion einer Ellipsentangente parallel zu g
  - 5.6 Gleichung einer Ellipsentangente parallel zu g
  - 5.7 Tangente von Q an die Ellipse (Konstruktion)
  - 5.8 Tangente von Q an die Ellipse (Rechnung)
  
- § 6 **Konjugierte Durchmesser**
  - 6.1 Grundlagen
  - 6.2 Folgerungen
  - 6.3 Tangente parallel zu g
  
- § 7 **Spezielle Aufgaben zu Tangenten**

Lösungen zu den Aufgaben

## **Band 3: Stochastik**

### **3.1 Grundlagen**

#### **3.1.0 Statistik**

#### **31001 Statistische Erhebungen**

##### **1 Statistische Erhebungen**

- 1.1 Was wollen Umfragen wissen
- 1.2 Erfassen von Merkmalen – Grundbegriffe
- 1.3 Rechnen mit absoluten und relativen Häufigkeiten
- 1.4 Klassierung von stetigen Merkmalen
- 1.5 Aufgaben
- 1.6 Aufgaben mit mindestens und höchstens
- 1.7 Schaubilder von relativen Häufigkeiten

##### **2 Kennzeichen von Häufigkeitsverteilungen**

- 2.1 Arithmetisches Mittel aus den absoluten Häufigkeiten berechnen
- 2.2 Arithmetisches Mittel vereinfacht und trickreich berechnen
- 2.3 Arithmetisches Mittel aus den relativen Häufigkeiten berechnen
- 2.4 Arithmetisches Mittel bei einer Klasseneinteilung berechnen
- 2.5 Zentralwert – Median

##### **3 Lösungen**

Hinweis: Geometrisches und harmonisches Mittel findet man in

**41401**

#### **31020 Tabellen für Statistische Experimente**

#### **3.1.1 Einführung der Wahrscheinlichkeitsrechnung**

#### **31101 Wahrscheinlichkeit für Sek. 1 Teil 1**

§ 1 Experimente, Laplace-Experiment, Ereignisse, Wahrscheinlichkeiten

#### **31102 Wahrscheinlichkeit für Sek. 1 Teil 2**

§ 2 Mehrstufige Experimente

- 2.1 Einführung  
Bernoulli-Experiment  
Hängendes Baumdiagramm  
Liegendes Baumdiagramm
- 2.2 Es gibt verschiedene Arten von Wahrscheinlichkeiten  
Bedingte und totale Wahrscheinlichkeiten  
Urnexperimente
  1. Modell: Ziehen mit Zurücklegen
  2. Modell: Ziehen ohne Zurücklegen
  3. Modell: Ziehen mit geändertem Zurücklegen

- Karten ziehen
  - Ziehen mit Zurücklegen
  - Ziehen ohne Zurücklegen
- § 3 Pfadregeln für Baumdiagramme
  - Die 1. Pfadregel (Multiplikationsregel)
  - Die 2. Pfadregel (Summenregel)
  - Die Regel für das Gegenereignis
- § 4 Musteraufgaben zur Anwendung der Pfadregeln
- § 5 Rechentricks: Teilbäume, Sammelpfade und Abbruchbäume
  - 5.1 Teilbäume
  - 5.2 Mehr über Sammelpfade
  - 5.3 Abbruchbäume – die Solange bis-Aufgabe
- § 6 Aufgaben zu höchstens und mindestens
  - Die Dreimal-mindestens-Aufgabe
- § 7 Einige Anwendungsaufgaben

### 31103 Wahrscheinlichkeit für Sek. 1 Teil 3 Verknüpfung von Ereignissen (Aussagen) durch UND, ODER, NICHT usw. – Mengenlehre.

- § 1 Ein wenig Mengenlehre ist notwendig
  - 1.1 Überlagerung zweier Mengen  
Venn-Diagramm
    - 1. Und-Verknüpfung zweier Aussagen  
Schnittmenge  $A \cap B$
    - 2. Oder-Verknüpfung zweier Aussagen  
Vereinigungsmenge  $A \cup B$
    - 3. Die Und-nicht-Verknüpfung  
Differenzmenge  $A \setminus B$
  - 1.2 Für Fortgeschrittene geht es weiter
    - 4. Entweder-Oder-Verknüpfung zweier Aussagen  
Die symmetrische Differenz(menge)  $A \Delta B$
    - 5. Weder-noch-Verknüpfung  
Die Restmenge (Komplementärmenge)  $\overline{A \cup B}$   
De Morgansche Regeln
  - 1.3 Trainingsaufgaben mit Lösungen
- § 2 Wahrscheinlichkeiten für verknüpfte Ereignisse
  - 2.1 Das Oder-Ereignis  
Additionssatz für das Oder-Ereignis
  - 2,2 Das Entweder-Oder-Ereignis  
Additionssatz für das Entweder-Oder-Ereignis
  - 2.3 Viele Beispiele
- § 3 Das Vierfelder-Diagramm (Carnaugh-Diagramm)
  - 3.1 Einführung  
Nochmals de Morgansche Regeln  
Das Rosenproblem
  - 3.2 Wahrscheinlichkeiten mit dem Carnaugh-Diagramm berechnen  
Trainingsaufgaben
- § 4 Arbeiten mit 3 (Ereignis-)Mengen

## § 5 Einige Ergänzungen für Experten

5.1 Assoziativgesetz

5.2 Kommutativgesetz, Teilmengen, Arbeiten mit der leeren Menge

**31121 Aufgaben zu einfachen Wahrscheinlichkeiten****31122 Aufgaben zu mehrstufigen Experimenten****31211 Themenheft: Die Solange bis-Aufgabe**

Mit der Anwendung geometrischer Reihern!  
(vor allem für die Oberstufe geeignet)

**31211 Themenheft: Zufallsvariable und Erwartungswert****31212 Aufgabensammlung dazu****3.2 Bedingte Wahrscheinlichkeiten****32101 Unabhängige Ereignisse****32111 Bedingte Wahrscheinlichkeit****32112 Bedingte Wahrscheinlichkeit - Aufgabensammlung****3.3 Kombinatorik****33011 Kombinatorik Einführung**

1 Verteilungsverfahren

Produktregel der Kombinatorik

2 Permutationen

3 **Training: Rechnen mit Fakultäten**

4 Übersicht über die Möglichkeit, Auswahlen zu treffen

5 Der 1. Fall: Auswahl von k-Tupeln d. h. **Geordnete Stichprobe mit Wiederholung**6 Der 2. Fall: k-Permutationen d. h. **Geordnete Stichprobe ohne Wiederholung**

$$m = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

7 Der 3. Fall: k-Mengen / Platzauswahl, d.h. **Ungeordnete Stichprobe ohne Wiederholung**

$$\text{Binomialkoeffizient } \binom{n}{k}$$

8 **Training: Rechnen mit dem Binomialkoeffizienten**9 Weitere Beispiele zur Anwendung des Binomialkoeffizienten: **Binomialverteilung**10 Der 4. Fall: **Ungeordnete Stichprobe mit Wiederholung** (k-Kombination)

11 Ergänzungen zum Binomialkoeffizienten

Additionsformel

Pascalsches Dreieck,  $(a+b)^n$

Anhang 1      Übersicht über die Auswahlarten

## **33020 Kombinatorik Aufgabensammlung**



**34012 Binomialverteilung 2 Erwartungswert der BV (2)**

Sigma-Umgebungen  
Standardabweichung

**34013 Binomialverteilung 3**

Hochrechnungen von Stichprobenergebnissen auf die Gesamtheit (z.B. Wahlausgänge) mit Hilfe der Sigma-Umgebungen der BV.  
mit vielen Beispielen und Aufgaben

**34016 Binomialverteilung mit Grafirechner berechnen****34021 Aufgabensammlung zur Binomialverteilung****34211 Hypergeometrische Verteilung****34220 Warenprüfungsverfahren****34511 Stochastik 14: Normalverteilung 1**

- § 1 Zaubern mit der Binomialverteilung
  - 1.1 Grundwissen zur BV
  - 1.2 Standardisierung von Binomialverteilungen
- § 2 Anwendung der Normalverteilung auf  $P(k_1 \leq X \leq k_2)$ 
  - 2.1 Die Verteilungsfunktion von Gauß  
Die Globale Näherungsformel von de Moivre-Laplace
  - 2.2 Andere Aufgabenstellungen  
Die dreimal Mindestens – Aufgabe
  - 2.3 Testverfahren

**34512 Stochastik 14: Normalverteilung 2**

- § 3 Die echte Normalverteilung
  - 3.1 Erste Beispiele
  - 3.2 Zusammenstellung der Grundaufgaben
  - 3.3 Aufgaben mit Lösungen

**3.5 Tests****35101 Testverfahren / Theorie**

- § 1 Der Alternativtest
  - 1.1 Hinführendes Beispiel
  - 1.2 Mathematisierung eines solchen Tests
  - 1.3 Ein medizinischer Test
  - 1.4 Etwas Theorie
  - 1.5 Konstruktion eines Tests nach bestimmten Vorgaben
- § 2 Einseitige Signifikanztests
- § 3 Zweiseitige Signifikanztests

§ 4 Signifikanztests mit Konfidenzintervallen

## **35102 Teil 2**

§ 5 AUFGABENSAMMLUNG

§ 6 Lösungen

## **3.6 Spezielles**

**36111 Tschebyscheff-Ungleichung**

**36112 Tschebyscheff Aufgabensammlung**

## 3.8 Training Stochastik

### **38000 Große Aufgabensammlung, teils Abituraufgaben mit Lösungen in den folgenden Dateien, geordnet nach Schwerpunktthemen:**

Aufgaben ab 100:

Baumdiagramme, Wahrscheinlichkeiten,  
die Solange-Bis-Aufgabe,  
die Dreimal-Mindestens-Aufgabe

*Lösungen in 38111*

Aufgaben ab 200

Zusätzlich Binomialverteilung und  
Bedingte Wahrscheinlichkeiten

*Lösungen in 38211*

Aufgaben ab 250:

Zusätzlich Standardabweichungen,  
Konfidenzintervalle

*Lösungen in 38251*

Aufgaben ab 300:

Zusätzlich Erwartungswerte, Kalkulationen

*Lösungen in 38311*

Aufgaben ab 400:

Spiele und Gewinnerwartung

*Lösungen in 38411*

Aufgaben ab 500

Zusätzlich Testen von Hypothesen

*Lösungen in 38511*

Aufgaben ab 600

Zusätzlich Normalverteilung

### **38911 Aufgaben zur mündlichen Abiturprüfung**

**Band 4: Analysis****4.0 Zahlenfolgen**

- 40011 Zahlenfolgen 1.**  
Einführung, auch Rekursive Folgen
- 40012 Zahlenfolgen 2**  
Arithmetische und geometrische Folgen
- 40013 Arithmetische Folgen höherer Ordnung**
- 40019 Wachstumsfolgen: Prozentuales/exponentielles Wachstum**  
Zinseszins; Bakterien, radioaktiver Zerfall
- 40020 Wachstumsfolgen**  
Wachstumsfolgen aller Art (auch Finanzmathematik).  
Ansätze mit geometrischen Reihen und auch exponentiell.  
Viele didaktische Tipps für Lehrer. Viel NEUES!  
Viele CAS-Anwendungen.
- 40050 Reihen: Arithmetisch und geometrisch**
- 40060 Geometrische Figuren - Folgen**
- 40080 Vollständige Induktion**
- 40100 Zahlenfolgen: Bruchreihen**  
**(Neues Material – nicht in Büchern zu finden)**
- 40200 Große Aufgabensammlung** zu arithmetischen und geometrischen Folgen und Reihen
- 40311 Zahlenfolgen**  
Monotonie-Untersuchungen
- 40321 Zahlenfolgen**  
Beschränkte und unbeschränkte Folgen
- 40331 Zahlenfolgen**  
Grenzwertbeweise mit  $\varepsilon$ -Umgebungen
- 40341 Zahlenfolgen: Bruchfolgen**  
Klassifikation und Untersuchung mit dem Grenzwertsatz
- 40400 Folgen-Diskussionen**  
Sehr umfangreiche Sammlung von Folgen aller Art  
mit ausführlichen Untersuchungen diverser Eigenschaften

- 40600**      **Das Summenzeichen**  
Regeln und Umgang mit dem Summenzeichen.  
Viele Musterbeispiele.
- 40601**      **Das Summenzeichen - Aufgabensammlung**  
Aufgaben aus 40600 mit ausführlichen Lösungen.

## 4.1 Grundlagen

### 4.1.0 Grenzwerte und Stetigkeit

#### 41000 Anleitung zum Programm MatheGrafix 7 Pro

Neue Version des bekannten Programms von Roland Hammes.

Jetzt interaktiv mit Trace-Modus. ([www.mathegrafix.de](http://www.mathegrafix.de))

#### 41001 Rechnen mit Beträgen

#### 41002 Quadratische Ungleichungen

#### 41003 Bruchungleichungen

#### 41005 Beweisverfahren für allgemeingültige Ungleichungen

#### 41010 Lernblatt zur Stetigkeit

#### 41011 Stetige Funktionen 1

1. Grenzwerte und Stetigkeit
  2. Stetigkeit ganzrationaler Funktionen
  3. Stetigkeit gebrochen rationaler Funktionen
- Lösungen (30 Seiten)

#### 41013 Stetige Funktionen 2:

Zusammengesetzte Funktionen (10 Musterbeispiele, viele Aufgaben mit Lösungen)

#### 41021 Betragsfunktionen 1 (linear und quadratisch)

#### 41023 Betragsfunktionen 3 (gebrochen rational, kürzbar)

#### 41030 Die Signum-Funktion

Sammlung von Beispielen

#### 41050 Große Aufgabensammlung

zu Stetigkeit, Betragsfunktionen usw.

## 4.1.1 Ableitungen und Anwendungen

### 41101 Ableitungsfunktionen 1

- 1 Der Trick mit der Tangentensteigung
2. Viele Beispiele mit Ableitungsfunktionen (Ganzrational)
- 3 Potenzfunktionen mit negativen ganzen Exponenten
- 4 Potenzfunktionen mit Bruchexponenten
- 5 Die Konstante-Faktoren-Regel
- 6 Die Summenregel
- 7 Ableitung ganzrationaler Funktionen
- 8 Ableitung gebrochen rationaler Funktionen ohne Nennersumme
- 9 Ableitung „einfacher“ Wurzelfunktionen

### 41102 Ableitungsfunktionen 2 Kettenregel in aller Ausführlichkeit

### 41103 Ableitungsfunktionen 3

Differenzierbarkeit, Zusammengesetzte Funktionen . Viele Beispiele

### 41110 Newtonsches Näherungsverfahren zur Nullstellenbestimmung

### 41120 Die Ableitungsstory

1. Die Ableitungsfunktion  $f'$ 
  - 1.1 Wie leitet man ganzrationale Funktionen ab ?
  - 1.2 Ableitungsfunktionen für Tangentensteigungen  
Grundaufgaben zu Tangenten
  - 1.3 Monotonie  
Polynomdivision und Horner-Schema
- 2 Die Ableitungsfunktion  $f''$ 
  - 2.1 Rechtskrümmung und Linkskrümmung
  - 2.2 Musteraufgaben zur Krümmung
- 3 Besondere Kurvenpunkte
  - 3.1 Nullstellen
  - 3.2 Extrempunkte
  - 3.3 Wendepunkte
  - 3.4 Terrassenpunkte und Flachpunkte
  - 3.5 Extremwertbeweis ohne 2. Ableitung bei Spitzen
- 4 Aufgaben mit Lösungen (18 Seiten)

### 41130 Ableitungstraining 50 Musteraufgaben von Lauenstein

### 41151 Lernblatt zum Newtonschen Näherungsverfahren

### 41153 Lernblatt zur Regel von de L'Hospital

## 4.1.2 Symmetrie

### 41211 Symmetrieuntersuchungen allgemein

**41212 Lernblatt zur Symmetrie****4.1.3 Funktionen - Übersicht****41310 Schaubilder schnell zeichnen**  
Training für Abiturienten und Klasse 11.**4.1.4 Allerlei****41401 Mittelwerte: geometrisches und harmonisches Mittel****4.1.9 Allgemeine Untersuchungen****41911 Allgemeine Funktionen : Aufgaben mit Lösungen****41912 Allgemeine Funktionen : Aufgaben mit Lösungen**

## 4.2 Ganzrationale Funktionen

### 42011 Parabelfunktionen Teil 1

§ 1	Parabelfunktionen (Übersicht)	1
	1.1 Normalparabeln	1
	1.2 Gestreckte Parabeln	7
	1.3 Normalform der Parabelgleichung	10
§ 2	Scheitelbestimmung durch quadratische Ergänzung	11
§ 3	Nullstellen von Parabeln	13
§ 4	Eine zweite Methode für den Parabelscheitel	17
§ 5	Aufstellen von Parabelgleichungen (Teil 1)	19
	5.1 Parabelgleichung aus den Nullstellen bestimmen	19
	5.2 Parabelgleichung bei bekanntem Scheitel	23
	5.3 Parabelgleichung aus 3 Parabelpunkten	27
§ 6	Tangentensteigungen an der Parabel	32
§ 7	Grundaufgaben zu Parabeltangente	37
§ 8	Aufstellen der Parabelgleichungen (Teil 2)	42
	<b>Lösungen</b> der Aufgaben	<b>55</b>

### 42031 Kurvendiskussionen

§ 1	Einführung	1
§ 2	Grundlagen	2
	2.1 Symmetrieeigenschaften von Kurven	2
	2.2 Potenzfunktionen	2
	2.3 Verhalten für $ x  \rightarrow \infty$	4
	Musterbeispiele	5
2.4	Extrem- und Wendepunkte	7
	1. Hochpunkte	7
	2. Tiefpunkte	7
	3. Wendepunkte	8
	4. Terrassenpunkte und Flachpunkte	8
	Ablaufschema zur Berechnung von Extrempunkten	9
	Ablaufschema zur Berechnung von Wendepunkten	10

### 42041 Tangentenaufgaben mit Anwendungen

### 42050 Horner Schema

### 42061 Parabelscharen Teil 1

### 42062 Parabelscharen Teil 2

- (A) Schnelles Parabelzeichnen
- (B) Anzahl der Nullstellen in Abhängigkeit vom Parameter
- (C) Ortskurven von Punkten
- (D) Gemeinsame Punkte einer Schar
- (E) Welche Scharcurve geht durch einen gegebenen Punkt Q

### 42063 Parabelscharen Teil 3 Aufgabensammlung

### 42064 Parabelscharen Teil 4: Bilderbuch

### 42080 Steckbriefaufgaben Teil 1

Ganzrationale Funktionen 2. Grades aufstellen  
Lösungen auch mit CAS-Rechner und Matrizen (Gauss)

### 42081 Steckbriefaufgaben Teil 2

Ganzrationale Funktionen 3. Grades aufstellen (ab April)

### 42082 Steckbriefaufgaben Teil 3

Ganzrationale Funktionen 4. Grades aufstellen (ab Ende April)

### 18010 Funktionen 1 (Aus: Stoff Klasse 10)

- 1 Funktionsbegriff allgemein
- 2 Potenzfunktionen
  - 2.1 Gerader natürlicher Exponent
  - 2.2 Ungerader natürlicher Exponent  
Symmetriearten
  - 2.3 Ungerader negativer Exponent  
 $\lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$
  - 2.4 Gerader negativer Exponent
  - 2.5 Gebrochene Exponenten
  - 2.6 Aufstellen von Gleichungen
  - 2.7 Aufgaben

### 18011 Funktionen 2: Ganzrationale Funktionen ohne Ableitungen (Aus: Stoff Klasse 10)

- 1 Einführung
- 2 Grundlage
  - 2.1 Symmetrie
  - 2.2 Verhalten für  $|x| \rightarrow \infty$
  - 2.3 Wertmengen
- 3 Nullstellen
  - 3.1 Funktionen 2. Grades
  - 3.2 Funktionen 3. Grades
  - 3.3 Funktionen 4. Grades
  - 3.4 Funktionen 5. Grades
  - 3.5 Allgemeines

Aufgabenblatt

**18012 Funktionen 3**

Ausführliche Lösungen zum Aufgabenblatt aus 18011

**42090 Dimensionierung ganzrationaler Funktionen 3. und 4. Grades**  
Zu vorgegebenen Eigenschaften sofort die Gleichung angeben.

---

**42101 Aufgabensammlung aller ganzrationaler Funktionen der CD.**

**42102 Aufgabensammlung aller ganzrationaler Funktionenscharen**

**Lösungen dieser Aufgaben:**

**42201 Lösungen: Funktionen 2. Grades**

**42202 Lösungen: Funktionenscharen 2. Grades**

**42301 Lösungen: Funktionen 3. Grades**

**42302 Lösungen: Funktionenscharen 3. Grades**

**42401 Lösungen: Funktionen 4. Grades**

**42402 Lösungen: Funktionenscharen 4. Grades**

**42501 Lösungen: Funktionen mindestens 5. Grades**

**42502 Lösungen: Funktionenscharen mindestens 5. Grades**

**42800 Anwendungsaufgaben mit ganzrationalen Funktionen**  
Aufgaben werden weiter ergänzt.

## 4.3 Gebrochen rationale Funktionen

### 4.3.0 Grundlagen

#### 43001 Grundlegende Eigenschaften Teil 1

##### § 1 Funktionsterme

- 1.1 Die Normalform
- 1.2 Übungen zu Termumformungen  
Herstellen der Normalform  
    Trainingsaufgabe 1  
Zerlegen der Normalform  
Polynomdivision  
    Trainingsaufgabe 2
- 1.3 Termumformungen mit TI Nspire CAS

##### § 2 Grundwissen über gebrochen rationale Funktionen

5 Musterbeispiele

##### § 3 Details zur Kurvenuntersuchung

- 3.1 Definitionsbereich
- 3.2 Nullstellen
- 3.3 Senkrechte Asymptoten  
Untersuchung mittels Zahlenfolgen  
Polstelle
- 3.4 Kurvenlöcher oder doch senkrechte Asymptote ?  
**Übersicht: Nullstellen, Polstellen, Löcher, Asymptoten**
- 3.5 Untersuchung der Asymptotenannäherung mit **Vorzeichentabelle**  
    Trainingsaufgaben 3
- 3.6 Stetigkeit von gebrochen rationalen Funktionen

##### § 4 Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$

- 4.0 Übersicht und Ergebnisse im Voraus
- 4.1 Funktionen mit  $\text{Grad } Z < \text{Grad } N$  (Typ 1)
- 4.2 Funktionen mit  $\text{Grad } Z = \text{Grad } N$  (Typ 2)
- 4.3 Funktionen mit  $\text{Grad } Z = \text{Grad } N + 1$  (Typ 3)  
Zeichnung durch Ordinatenaddition  
Näherungskurve für  $x \rightarrow 0$
- 4.4 Funktionen mit  $\text{Grad } Z = \text{Grad } N + 2$  (Typ 4)

##### § 5 Stetige gebrochen rationale Funktionen

##### § 6 Symmetrieuntersuchungen

- 6.1 Symmetrie zur y-Achse
- 6.2 Symmetrie zu einer Parallelen zur y-Achse ( $x = a$ )
- 6.3 Punktsymmetrie zum Ursprung
- 6.4 Punktsymmetrie zu  $Z(a|b)$

##### §7 Lösungen der Trainingsaufgaben

Index - Übersichtsliste über die hier behandelten Funktionen

## **43002 Geschichten über gebrochen rationale Funktionen**

Viele Beispiele und Aufgaben als Lerntext in 40 Schritte programmiert.

## **43015 Ableitungen**

Ableitungsregeln

Sonderfälle: Nenner ohne Summe - Zähler ohne x

Viele Beispiele und Aufgaben

## **43031 Funktionen ohne Polstellen**

6 vergleichende Musterbeispiele mit Zusatzaufgaben

(Extremwertaufgaben mit Dreiecksinhalt, Zylinder- und Kegelvolumen)

## **43050 Bruch-Algebra für die Analysis Training!**

- 1 Addition und Subtraktion von Brüchen
- 2 Addition und Subtraktion von Bruchtermen
- 3 Multiplikation und Division von Brüchen
- 4 Multiplikation und Division von Bruchtermen
- 5 Polynomdivision  
Nutzen in der Analysis
- 6 Partialbruchzerlegung  
Verwendung bei der Integralrechnung
7. Lösung der Aufgaben

## **43071 Integrationsübungen**

20 Aufgaben mit Musterlösungen zu allen wichtigen Verfahren.

(keine Partialbruchzerlegung)

### **4.3.1 Kurvendiskussionen**

#### **43102 Aufgabensammlung 1**

Funktionen ohne Parameter

Kurvendiskussionen und Aufgaben im Abiturstil

#### **43102 Aufgabensammlung 2**

Funktionen mit Parameter (Funktionenschar)

Aufgaben im Abiturstil

### **4.3.1 Anwendungsaufgaben**

**43102 Aufgabensammlung zu Anwendungsaufgaben mit gebrochen rationalen Funktionen**

## 4.4 Wurzelfunktionen

### 44010 Grundeigenschaften 1 (ohne Differentialrechnung)

Untersuchung von Wurzelfunktionen, die durch Verschiebung und Streckung aus  $y^2 = x$  entstehen oder durch Umkehrfunktionen. Ihre Schaubilder sind Halbparabeln. Aber auch Wurzelfunktionen, die zu Halbkreisen gehören.  
Definitionsbereiche, Nullstellen. ,  
Identifikation von Halbparabeln und Halbkreisen, Aufstellen der Funktionsgleichung.

### 44012 Wurzelfunktionen: Methoden zur Ableitung.

### 44020 Grundeigenschaften 2 (mit Differentialrechnung)

Methoden zur Bestimmung von Definitionsbereichen.  
Nullstellenprobleme, Einsiedlerpunkte  
Ableitungen (Sehr viele Funktionsbeispiele!).  
Senkrechte Tangenten Extrem- und Wendepunkte (Randextrempunkte !)  
Viele Aufgaben

### 44050 LEBLA: Kurvendiskussionen kompakt

Lernblatt mit allen wichtigen Methoden zur Kurvendiskussion

### 44071 Integration von Wurzelfunktionen:

24 Aufgaben mit Lösungen

---

### 44100 Aufgabensammlung

Riesige Sammlung von Aufgaben (auch Abituraufgaben)

### 44110 Training 1: Lösungen zu 44100 - Teil 1

### 44120 Training 2: Lösungen zu 44100 - Teil 2

### 44130 Training 3: Lösungen zu 44100 - Teil 3

### 44800 Anwendungsaufgaben zu Wurzelfunktionen

## 4.5 Exponentialfunktionen

### 4.5.0 Funktionseigenschaften - Grundlagen

#### 45001 Expo Grundlagen 1

- § 1 **Die Funktionen**  $f(x) = a^x$
- 1.1 Übersicht
  - 1.2 Die Tangente im zentralen Punkt  $Z(0 | 1)$
  - 1.3 Die Eigenschaften der Funktion  $f(x) = e^x$
  - 1.4 Die Eigenschaften der Funktion  $f(x) = e^{-x}$
  - 1.5 Identifikation von e-Funktionen mit dem **MUSTERTRAPEZ**
- § 2 **Die Umkehrfunktion**  $g(x) = \ln x$  **macht  $e^x$  - Ergebnisse rückgängig**  
Erste Anwendungen zum Logarithmieren  
Gegenüberstellung der Eigenschaften von  $f(x) = e^x$  und  $g(x) = \ln x$
- § 3 **Verschiebung der Kurve**  $y = e^x$  bzw.  $y = e^{-x}$
- 3.1 Verschiebung von  $y = e^x$  in y-Richtung
  - 3.2 Verschiebung von  $y = e^{-x}$  in y-Richtung
  - 3.3 Verschiebung von  $y = e^x$  in x-Richtung
  - 3.4 Verschiebung von  $y = e^{-x}$  in x-Richtung
  - 3.3 Beliebige Verschiebung (Abbildungsgleichungen einer Verschiebung)
- § 4 **Spiegelung der Kurve**  $y = e^x$  und  $y = e^{-x}$  **an der x-Achse**
- § 5 **Spiegelung der Kurven**  $y = e^x$  und  $y = e^{-x}$  **an einer beliebigen horizontalen Geraden**
- § 6 **Streckung der Kurve**  $y = e^x$  und  $y = e^{-x}$
- 6.1 Streckung in y-Richtung
  - 6.2 Streckung in x-Richtung
  - 6.3 **Eine Streckung in y-Richtung kommt einer Verschiebung gleich**
- § 7 **Praktisches Arbeiten: Aufstellen der Kurvengleichung durch bekannte Kurvenpunkte**  
**Welche Ansätze sind möglich bzw. notwendig?**
- § 8 **Exponentialfunktionen beschreiben exponentielles Wachstum**
- 8.1 Beispiel  $f(x) = 50 \cdot 1,2^x$
  - 8.2 Verallgemeinerung und Theorie
  - 8.3 Gleichungsformen dieser Wachstumsfunktionen

#### 45015 Ableitung von Exponentialfunktionen

Regeln, Musterbeispiele und Aufgaben mit Lösungen

**45021 Beweis von Ableitungsformeln mit vollständiger Induktion für Exponentialfunktionen mit Produkten**

15 ausführliche Beispiele

**45041 Integration bei Exponentialfunktionen**

**45050 Lernblatt 1 zu Kurvendiskussionen**

**45100 Sammlung von Kurvendiskussionen zu Exponentialfunktionen**  
Es handelt sich um die Aufgaben aus 4.5.1 bis 4.5.5 (die hier aufgelistet sind). Es sind Aufgaben im Abiturformat, also Kurvendiskussionen mit vielen Zusatzaufgaben.

**4.5.1 Kurvendiskussionen Typ 1**

45111

**4.5.2 Kurvendiskussionen Typ 2 (Summen)**

45211

45214

**4.5.3 Kurvendiskussionen Typ 3 (Produkte)**

45311

45312

45314

45316

45317

45320

45321

45322

**4.5.4 Kurvendiskussionen Typ 4 (mit Brüchen)**

45411

45412

45414

**4.5.5 Kurvendiskussionen Typ 5 (restliche Funktionen)**

45511

**4.5.6 Wachstum und Zerfall (Abnahme)**

45611	Aufgabe 611	Radioaktiver Zerfall
	Aufgabe 621	Wachstum von Fichten
	Aufgabe 622	Ausbreitung von Schimmelpilz
	Aufgabe 631	Aufladung eines Kondensators

**4.5.8 Kurvendiskussionen Typ 8 (Betragsfunktionen)**

## 4.6 Logarithmusfunktionen

### 4.6.0 Funktionseigenschaften - Grundlagen

#### 46011 Grundlagen 1

**Inhalt:**

1	Einführung der Ln-Funktion als Umkehrfunktion einer Exponentialfunktion	1
2	Eigenschaften der Ln-Funktionen, Nullstellen, Kurvendiskussionen	
3		
3	Symmetrieuntersuchungen	4
4	Erlaubte und verbotene Ln-Umformungen	5

#### 46012 Grundlagen 2: Ableitungsübungen

#### 46021 Einführung der Ln-Funktion als Integralfunktion !!!

#### 46041 Integration bei Ln-Funktionen

#### 46051 Lernblatt zu Kurvendiskussionen

#### 46100 **Übersicht über die behandelten LN-Funktionen** **Großes Aufgabenblatt mit folgenden Funktionen** (die angegebenen Dateinummern verweisen auf die Lösungsdatei):

#### 4.6.1 Funktionen vom Typ 1: Direkte LN-Funktionen mit linearem Argument

46111

#### 4.6.2 Funktionen vom Typ 2: Direkte LN-Funktionen mit linearem Argument

46211

46219

#### 4.6.3 Funktionen vom Typ 3: Direkte LN-Funktionen mit Bruch-Argument

46311

46317

**4.6.4 Funktionen vom Typ 4:** LN-Funktionen in einer Summe**46411****4.6.5 Funktionen vom Typ 5:** LN-Funktionen im Produkt**46511****46517****4.6.6 Funktionen vom Typ 6:** LN-Funktionen in einem Bruch**46611****4.6.7 Funktionen vom Typ 7:** LN-Funktionen mit einer Wurzel**46711****4.6.8 Funktionen vom Typ 8:** Restliche LN-Funktionen**46811****46820** Auch mit CAS-Lösungen!

## 4.7 Trigonometrische Funktionen

### 4.7.0 Grundlagen und Kurvendiskussionen

#### 47010 Funktionen 1

Grundeigenschaften von Sinus, Kosinus und Tangens.  
Verschiebung und Streckung von Sinuskurven

1	Didaktisches für den Unterricht	1
1.1	Einführung über rechtwinklige Dreiecke	1
1.2	Erweiterung des Definitionsbereiches	3
2	Grundwissen über diese Funktionen	6
2.1	Die Sinusfunktion	6
2.2	Die Kosinusfunktion	7
2.3	Die Tangensfunktion	8
2.4	Ein neuer Maßstab für trigonometrische Kurven	9
3	Streckung von Sinuskurven	10
3.1	Streckung in y-Richtung	10
3.2	Streckung in x-Richtung	11
3.3	Streckung in beiden Richtungen	12
4	Verschiebungen	13
4.1	Verschiebung in x-Richtung	13
4.2	Verschiebung in y-Richtung	16
4.3	Streckung und Verschiebung	17
4.4	<b>Aufgaben</b>	23
5	Spezialfälle	24
5.1	$f(x) = \sin^2 x$	24
5.2	$f(x) = \cos^2 x$	25
6	<b>Lösung</b> der Aufgaben aus 4.4 (nur auf der Mathematik – CD)	26-32

#### 47011 Funktionen 2

7	Kleine Formelsammlung	35
8	Die Funktion $f(x) = A \cdot \sin x + B \cdot \cos x$	36
8.1	Einführendes Beispiel	36
8.2	Methodik und Kurzlösungen	39
8.3	Musterbeispiel 1	40
8.4	Musterbeispiel 2	41
	Aufgaben	41
9	Die Funktion $f(x) = a \cdot \sin(cx) + b \cdot \cos(dx)$	42
9.1	Beispiel 1: $f(x) = \sin 2x - \sin x$	42
9.2	Beispiel 2: $f(x) = \sin 2x - 2 \sin x$	44
9.3	Beispiel 3: $f(x) = 1 + 2 \cdot \cos x + \cos 2x$	45
10	Lösungen zu den Aufgaben von Seite 41	46
11	Bilderbuch mit 30 trigonometrischen Kurven	50-57

#### 47051 Lernblatt zu: Trigonometrische Funktionen

**47100 Sammlung von Kurvendiskussionen mit Zusatzaufgaben****4.7.1 Funktionen vom Typ 1: Reine Sinus- oder Kosinusfunktionen**

47111

47141

47181

**4.7.2 Funktionen vom Typ 2: Sinus- oder Kosinus in Summe mit  $mx$** 

47211

**4.7.3 Funktionen vom Typ 3:  $a \sin x + b \cos x$** 

47311

**4.7.4 Funktionen vom Typ 4: mit  $\sin^n x$  oder  $\cos^n x$** 

47411

**4.7.5 Funktionen vom Typ 5: mit verschiedenen Argumenten**

47511

**4.7.6 Funktionen vom Typ 6: Sin oder Cos in Produkt oder Bruch**

47611

**4.7.7 Funktionen vom Typ 7: Sin oder Cos mit  $e$  und Wurzel**

47711

**4.7.8 Funktionen vom Typ 8: Tangensfunktionen**

47811

**Aus der Trigonometrie Klasse 10:****16110 Trigonometrische Gleichungen****16120 Trainingsaufgaben****16140 Funktionen****16150 Trainingsaufgaben**

## 4.8 Integralrechnung

### 4.8.0 Grundlagen und Verfahren

#### 48001 Lernblatt: Tabellarische Übersicht der wichtigsten Integrationsverfahren

#### 48011 Teil 1

1	Änderungen und Differentiale Lineare Änderungen / Nicht-lineare Änderungen Lineare Änderungen längs der Tangente - Differentiale	1
2	Das unbestimmte Integral – Stammfunktionen Grundintegral 1	4

#### 48012 Teil 2

3	Grundregeln der Integration	8
4	Integration ganzrationaler Funktionen	9
5	Integration gebrochen rationaler Funktionen Einfache Substitution	10 11
	Erweiterte Substitution	13
	Erweiterte Substitution quadratischer Terme	14

#### 48013 Teil 3

6	Bestimmtes Integral Ganzrationale Funktionen Gebrochen rationale Funktionen	19 20 21
---	---	----------------

#### 48014 Teil 4

7	Integration von Wurzelfunktionen	29
---	----------------------------------	----

#### 48015 Teil 5 *wurde ersetzt durch*

#### 45041 Teil 5a Integration von Exponentialfunktionen

#### 46041 Teil 5b Integration von Logarithmusfunktionen

#### 48016 Teil 6

11	Integration trigonometrischer Funktionen	52
----	--	----

#### 48017 Teil 7

#### Seltene Methoden für gebrochen rat. Funktionen

(Ein Kapitel für besondere Kurse / höchstes Niveau !)

12	Partialbruchzerlegungen	71
13	Verwendung der Arcustangensfunktion	81
14	Partialbruchzerlegung und Arcustangensfunktion	90

#### 48021 Test

## **4.8.1 Anwendung der Integralrechnung**

### **48111 Teil 1: Theorie**

1. Rechtecksmethoden
2. Warum man Flächen mit Integralen berechnen kann
3. Musterbeispiele dazu

### **48112 Teil 2: Praxis**

Grundwissen

Flächeninhaltsfunktionen

Flächen, die ins Unendliche reichen

Flächen unterhalb der x-Achse

Flächen zwischen 2 Kurven

Näherungsverfahren:

Rechteckverfahren,

Sehnen-Trapez-Regel

Simpson-Regel

Abschätzung von Flächen

### **48115 Aufgabensammlung zur Flächenberechnung**

### **48116 Lösungen Teil 1**

Ganz- und gebrochenrationale Funktionen

### **48117 Lösungen Teil 2**

Wurzelfunktionen, E-Funktionen, ln-Funktionen, trigonometrische Funktionen

### **48120 Teil 6 Drehkörper-Volumen**

### **48121 Teil 7 Lösungen zu 48120**

### **48130 Teil 8 Bogenlänge**

Interessanter Beweis der Formel. Viele zum Teil schwere Beispiele und Aufgaben

## **4.8.2 Integralrechnung bei bestimmten Funktionen**

### **48511 Flächenberechnungen bei ganzrationalen Funktionen**

Beispiele auf teils sehr anspruchsvollem Niveau von GK bis LK.

## 4.9 Spezielles

### 4.9.0 Extremwertaufgaben

#### 49000 Fundstellen zu Anwendungsaufgaben

#### 49010 Extremwertaufgaben 1:

Über 100 Aufgaben zur Flächen, Strecken, Rauminhalte von Figuren, die aus Kurven hervorgehen.

#### 49011 Extremwertaufgaben 1: Aufgabensammlung zu Sachaufgaben

Große Sammlung von Aufgaben, die aus Sachaufgaben heraus entstehen.

#### 49012 Extremwertaufgaben: Funktionen mit 2 Variablen

Extremwertaufgaben an Quadern mit einer Nebenbedingung führen zu Funktionen mit 2 Variablen. In einer 20-seitigen Einführung wird zu diesen Funktionen ein Zugang vermittelt. Dann folgen 10 sehr breit ausgearbeitete Musteraufgaben. Dabei werden die Extremwerte sowohl experimentell mit dem CAS-Rechner CASIO CLASSPAD als auch mit der neuen Version 7 des Programms MatheGrafix ermittelt. Dann erfolgt die Berechnung der Extremwerte dieser Funktionen mit zwei Variablen, einmal über Schnittpunktscharen, das andere Mal mit 2 partiellen Ableitungen. Viel Unterstützung durch die CAS-rechner TI Nspire und CASIO ClassPad!

#### 49031 Regression mit CAS

Themenheft mit vielen Beispielen und Theorie.

Weitere Aufgabensammlungen dazu bei „Gebrochen rationalen Funktionen“

### 4.9.1 Prüfungstraining zum mündlichen Abitur

#### 49111 Analysis Teil 1a

Ganzrationale Funktionen

#### 49121 Analysis Teil 2a

Gebrochen rationale Funktionen

#### 49151 Analysis Teil 5a

Exponential-Funktionen

#### 49152 Analysis Teil 5b

Exponential-Funktionen

## 4.9.2 Integralfunktionen

### 49211 Theorie und ganzrationale Funktionen (teils mit CAS) und zusammengesetzte Funktionen

## 4.9.3 Anwendungsaufgaben/Abitur

### 49311 Teil 1a: Kostenfunktionen, Gewinnoptimierung usw. mit dem CAS-Rechner CASIO ClassPad

Anwendungen aus der Wirtschaftsmathematik (BWL) als Abiturthema bei Funktionen

### 49312 Teil 1b: Kostenfunktionen, Gewinnoptimierung usw. mit dem CAS-Rechner TI Nspire

Anwendungen aus der Wirtschaftsmathematik (BWL) als Abiturthema bei Funktionen

### 49313 Teil 2: Kostenfunktionen, Gewinnoptimierung usw. Aufgabensammlung

### 49321 Teil 2: Krümmung von Kurven

Krümmungskreise, Radius und Mittelpunkt, Krümmungsfunktion  
Glatte Kurvenanbindungen – Straßenabzweigungen ohne Krümmungssprung.

## 4.9.4 Wachstumsfunktionen in der Analysis

### 49401 Teil 1: Lineares, quadratisches und exponentielles Wachstum

#### 1 Überlegungen zum Wachstum

#### 2 Lineares Wachstum

- 2.1 Lineare Funktionen
- 2.2 Aufgabe 1: Füllen eines Wasserbeckens
- 2.3 Beispiel
- 2.4 Aufgabe 2: Ein Wassertank läuft leer
- 2.5 Wachstumsrate bei linearem Wachstum

#### 3 Quadratisches Wachstum

Aufgabe 21: Eine Bewegungsgleichung

#### 4 Exponentielles Wachstum

- 4.1 1. Zugang: Prozentuales Wachstum Bei der Zinseszinsrechnung
- 4.2 2. Zugang: Exponentialfunktionen liefern prozentuales Wachstum
- 4.3 Grundaufgabe zum Exponentiellen Wachstum
- 4.4 Eigenschaften der Funktionen  $f(x) = k \cdot a^x$  bzw.  $f(x) = a^{bx+c}$

- 4.5 Bearbeitung des Beispiels 4.2 und 4.3 mit TI Nspire CAS
- 4.6 Wachstum eines Bakterienstammes
- 4.7 Berechnung von Wachstumsraten
- 4.8 Aufgaben mit Musterlösung
  - Aufgabe 101: Bakterien vermehren sich
  - Aufgabe 102: Auch Pflanzen wachsen
  - Aufgabe 103: Radioaktiver Zerfall
  - Aufgabe 104: Schwächung von Licht

## 49402 Teil 2: Beschränktes Wachstum

### 5. Beschränktes Wachstum

- 5.1 Einführung am Beispiel 1: Rattenpopulation
- 5.2 Untersuchung der Wachstumsrate – Die Differentialgleichung  
Eine Lösung der DGI  $B'(t) = r \cdot [S - B(t)]$   
Stelle jede Funktion  $B(t) = S - a \cdot b^t$  eine Lösung der DGI dar?  
Gibt es noch andere Lösungen als  $B(t) = S - a \cdot b^t$ ?  
Herleitung der Lösungen für die Differentialgleichung !
- 5.3 Aufgabensammlung
  - [A 201](#) Rattenpopulation 1, Lösung manuell und mit CAS
  - [A 202](#) Rattenpopulation 2. Lösung mit CAS
  - [A 203](#) Sättigung des Handy-Marktes
  - [A 204](#) Eine Bratwurst auftauen
  - [A 205](#) Die Temperatur-Wachstumsrate führt zur Temperaturfunktion  
Beschränkte Abnahme:
    - [A 206](#) Heiße Vanillesoße abkühlen lassen (!!)
    - [A 207](#) Abkühlung einer heißen SuppePhysikalische Beispiele:
    - [A 211](#) Einen Kondensator aufladen
    - [A 212](#) Radioaktiver Aufbau einer Substanz

## 49403 Teil 3: Logistisches Wachstum

### 6. Logistisches Wachstum

- 6.1 Einführung und Wiederholung
- 6.2 Das Modell des logistischen Wachstums
- 6.3 Die Differentialgleichung des L.W.  $f'(t) = c \cdot f(t) [S - f(t)]$
- 6.4 Wie sieht eine logistische Wachstumsfunktion aus?
  - 1. Normalform einer logistischen Wachstumsfunktion
  - 2. Herleitung der Lösungen für die Differentialgleichung !
- 6.5 Tipps für Aufgabensteller
- 6.6 Näherungsfunktionen für das L.W. für die Anfangs- / Endphase
- 6.7 Aufgaben (mit Musterlösungen)

6.8 Wachstumsrate beim logistischen Wachstum (Schimmelpilzkultur)

6.9 Bestimmung der Wachstumsfunktion aus der Wachstumsrate

## 7. Aufgabensammlung zum Logistischen Wachstum

[A 311](#) Virenkultur

[A 312](#) Schon wieder Schimmelpilz

[A 313](#) Es schimmelt weiter

## 49404 Teil 4: Mathematische Hintergründe bei Wachstumsfunktionen

### 8 Bedeutung der Ableitungsfunktion beim Wachstum

8.1 Tangentensteigung

8.2 Die Ableitungsfunktion

8.3 Beispiel einer Wachstumsfunktion  $f(t) = \frac{2t^2}{t^2 + 4}$

### 9 Bedeutung der Stammfunktion bei Wachstumsprozessen

9.1 Beispiele

9.2 Anwendung in Wachstumsaufgaben

### 10 Wachstumsraten verschiedener Wachstumsmodelle

10.1 Die allgemeine Wachstumsgleichung für eine Bestandsfunktion  $B(t)$

10.2 Die momentane Wachstumsrate bei exponentiellem Wachstum

10.3 Die momentane Wachstumsrate beim beschränkten Wachstum

10.4 Die momentane Wachstumsrate beim logistischen Wachstum

## 49405 Teil 5: Aufgaben zu beliebigen Wachstumsfunktionen

wird fortgesetzt erweitert.

## 49420 Excel-Tabellen zum beschränkten Wachstum

Hinweis: Grundlagen werden bereits in [1.5 Algebra: Wachstum und Zerfall](#) behandelt

## 4.9.5 Umkehrfunktionen

**49511 Umkehrfunktionen Teil 1  
hat die Nummer 18110 !!**

**49512 Umkehrfunktionen Teil 2 (erst im Konzept vorhanden)**

## 4.9.6 Schaubilderanalysen

**49611 Teil1: Ganzrationale Funktionen, auch zusammengesetzt.  
(Abitur-Vorbereitungskurs)**

## **4.9.9 CAS-Lehrgang Funktionen**

### **49901 Funktionen 1 mit dem CASIO ClassPad 300**

Funktionsuntersuchungen vornehmen, welche Methoden bietet ClassPad ? Hier: Ganzrationale Funktionen/zusammengesetzte Funktionen

## **Band 5: Besonderheiten**

### **5.0 Komplexe Zahlen**

#### **50011**

§1	Warum braucht man neue Zahlen ?	1
§2	Definition der imaginären Einheit	2
§3	Definition der komplexen Zahlen	5
§4	Rechnen mit komplexen Zahlen	7
§5	Die Gaußsche Zahlenebene	11
	Lösungen der Aufgaben	13 - 22

#### **50012**

§6	Vektoren in der Gaußschen Zahlenebene	1
§7	Polarkoordinaten	7
§8	Komplexe Einheitsvektoren $E(\varphi)$	11
	8.1 Formel von Moivre für Potenzen	11
	8.2 Multiplikation in Polarkoordinaten	15
	8.3 Division in Polarkoordinaten	21
	8.4 Potenzieren in Polarkoordinaten	24
	Lösungen der Aufgaben	25 - 43

#### **50013**

§ 9	Wurzeln aus komplexen Zahlen	1
§10	Einheitswurzeln	8
	10.1 Prinzipielles	8
	10.2 Lösung der Gleichung $z^n = 1$	9
	10.3 Lösung der Gleichung $z^2 = 1$	10
	10.4 Lösung der Gleichung $z^3 = 1$	10
	10.5 Lösung der Gleichung $z^3 = -1$	12
	Lösung der Gleichung $z^3 = i$	13
	Lösung der Gleichung $z^3 = -i$	14
	10.6 Lösung der Gleichung $z^4 = 1$	15
	10.7 Lösung der Gleichung $z^5 = 1$	16
	10.8 Lösung der Gleichung $z^6 = 1$	17
	Abgeschlossenheit der n-ten Einheitswurzeln	18
§11	Lösung der reinen Potenzgleichung $z^n = a$	23
	11.1 Theorie	23
	11.2 Reinquadratische Gleichungen	24
	11.3 Reine Gleichungen 3. Grades	25
	11.4 Reine Gleichungen 4. Grades	28
§12	Lösung anderer Gleichungen	29
	Lösungen der Aufgaben	35 - 54

### **5.1 Höhere Analysis**

#### **5.1.0 Funktionen mit 2 Variablen**

##### **51011 Teil 1**

Hinführung zu Funktionen mit 2 Variablen.

Ebenen im Raum

Schnittkurven des Flächenschaubilds mit Ebenen parallel zur xz- und zu yz-Ebene.

Erzeugung von Partnerkurven zur Darstellung von 3D-Abbildungen dieser Flächen.

Standortsbestimmung auf der Fläche.

### **51012 Teil 2 (in Arbeit – Erscheinung 2012)**

Grundlagen aus der Vektorrechnung zu Geraden und Ebenen.

Tangenten an die Schnittkurven (Partnerkurven) (vektoriell)

Tangentialebene an die Flächen (vektoriell)

Partielle Ableitungen

Bestimmung von Extrempunkten der Flächen.

**Siehe auch 49012!**

## **5.2 Lineare Optimierung**

### **52010 Lineare Ungleichungen mit 2 Variablen**

Halbebenen, Streifen, Vielecke.

Dient der Vorbereitung der linearen Optimierung. (Siehe auch Datei 12190)

### **52100 Lineare Optimierung Teil 1: Grafisches Verfahren**

(Identisch mit 12191)

### **52101 Aufgaben zum Grafischen Verfahren**

(Identisch mit 12192)

### **52110 Teil 2: Simplex-Verfahren**

### **52111 Aufgaben zum Simplex-Verfahren**

### **52120 Abituraufgaben**

## **5.3 Differentialgleichungen**

Geplant für herbst 2010

## **5.4 Algebraische Kurven**

Geplant für 2011



## **Band 6: Lineare Algebra - Vektorrechnung**

### **6.1 Gleichungssysteme und Vektorräume**

#### **Teil 1**

#### **61010 Gleichungen mit 2 und 3 Unbekannten**

- § 1 Rechnen mit Paaren und Tripeln  
Aufgabe 1
- § 2 Lösungsmenge einer Gleichung mit zwei Unbekannten  
Aufgabe 2
- § 3 Lösungsmenge einer Gleichung mit drei Unbekannten  
Aufgabe 3
- § 4 Lösungsmenge: 2 Gleichungen mit 3 Unbekannten  
Aufgabe 4  
2 tolle Anwendungsaufgaben

Lösungen der Aufgaben 1 bis 2

#### **Teil 2:**

#### **61012 Gleichungssysteme mit 2 Unbekannten**

- § 5 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten 1
- 5.1 Das Einsetzungsverfahren 1
- 5.2 Das Additionsverfahren 2
- 5.3 Das Determinantenverfahren 5
- Cramersche Regel 9
- Aufgaben 5 und 6 9
- 5.4 Gleichungen mit Parametern 10
- Aufgaben 7 und 8 12
- 5.5 3 Gleichungen mit 2 Unbekannten 13
- Aufgabe 9 15

Lösungen der Aufgaben 5 bis 9 16 – 24

#### **Teil 3:**

#### **61013 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten**

- § 6 Dreireihige Determinanten 1
- 6.1 Wiederholung: zweireihige Determinanten 1
- 6.2 Dreireihige Determinanten: Regel von Sarrus 2
- Aufgabe 10 2
- 6.3 Eigenschaften von Dreierdeterminanten 3
- Aufgaben 11, 12 und 13 8
- 6.4 Entwicklung von Det. Nach Zeilen und Spalten 9
- Aufgabe 14 12

§ 7	Drei Gleichungen mit drei Unbekannten	13
	1. Fall: Gleichungssysteme mit Nennerdet. $D \neq 0$	14
	Aufgabe 15	16
	2. Fall Gleichungssysteme mit Nennerdet. $D \neq 0$	17
	Aufgabe 16 und 17	18
§ 8	3 Gleichungen mit 3 Unbekannten und Parameter	19
	Aufgabe 18	20
§ 9	4 Gleichungen mit 3 Unbekannten	21
	Aufgabe 19	23
	Lösungen der Aufgaben 10 bis 19	24 – 49

**Teil 4****61014 Gleichungen mit 4 Unbekannten**

§ 10	1 bis 3 Gleichungen mit 4 Unbekannten	1
	10.1 1 Gleichung mit 4 Unbekannten	1
	10.2 2 Gleichungen mit 4 Unbekannten	3
	10.3 3 Gleichungen mit 4 Unbekannten	5
	Aufgabe 20	8
§ 11	Vierreihige Determinanten	9
	Aufgabe 21	9
§ 12	4 Gleichungen mit 4 Unbekannten	10
	Lösungen der Aufgaben	15 - 19

**Teil 5a****61015 Vektoren und Vektorräume**

§ 13	Vektoren	
	Addition und S-Multiplikation	1
§ 14	Erzeugung von Vektoren durch Linearkombinationen	6
	Grundaufgabe 1: Erzeugen von Linearkombinationen	6
	Aufgabe 25	6
	Grundaufgabe 2: Suchen von Linearkombinationen	7
	Lineare Hülle	9
	Aufgabe 26, 27 und 28	20
	Aufgabe 29, 30 und 31	21
§ 15	Lineare (Un-)Abhängigkeit	22
	Aufgabe 32	26
	Aufgabe 33	27

§ 16	Dimension, Basis und Koordinaten	28
16.1	Dimension und Basis eines Vektorraums	28
16.2	Koordinatendarstellung der Vektoren	30
	Aufgabe 34 bis 40	33 - 35
16.3	Untersuchung der lin. Unabh. bei Spaltenvektoren	36
16.4	Die kanonische Basis	37
16.5	Basiswechsel in einem Vektorraum	38
	Aufgabe 41	40
16.6	Ein interessantes Koordinatenproblem	41
	Aufgabe 42	44

**Teil 5b****61016 Vektoren und Vektorräume**

Lösungen zu den Aufgaben 25 bis 42	1 – 36
------------------------------------	--------

**Teil 6****61017 Untervektorräume**

§ 17	Untervektorräume	1
17.1	Einführung und Beispiele	1
17.2	Schnittmenge zweier Untervektorräume	9
17.3	Gleichheit zweier Untervektorräume	10
17.4	Nicht-Untervektorräume	12
17.5	Parameterfreie Darstellung von UVR	14
17.6	Musteraufgaben	16 – 20
17.7	Eine Aufgabe für Tüftler im $\mathbf{R}^5$	21 – 28

**Teil 7****61018 Pfeilklassenvektorräume – Affine Räume**

§ 18	Pfeilklassenvektorräume	1
18.1	Definition der Pfeilklassen	1
18.2	Definition der Pfeilklassenaddition	2
18.3	Die S-Multiplikation	7
18.4	Linearkombinationen	8
18.5	Subtraktion von Pfeilklassenvektoren	10
18.6	Lineare Abhängigkeit von Pfeilklassenvektoren	11
18.7	Der affine Punktraum	13
18.8	Der Vektor $\overline{AB}$	15

**61051**     **Aufgabensammlung**  
Gleichungssysteme

**61061**     **Aufgabensammlung**  
Vektorraum

**61071**     **Test 1**

**61072**     **Test 2**

## 6.2 Matrizenrechnung

### 62011 Gaußsches Eliminationsverfahren Trainingsheft

Matrixgleichungen ohne Parameter, Lösung mit Gauß-Algorithmus

### 62111 Matrizenrechnung 1: Grundlagen

Grundrechenarten, Inverse Matrizen, Matrixgleichungen mit Gauß-Verfahren

### 62112 Matrizenrechnung 2: Themenheft mit Trainingsaufgaben

Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen

Begründung durch den vektoriellen Hintergrund über die Darstellbarkeit von Vektoren durch Linearkombination aus anderen Vektoren.

Matrixgleichungen mit Gauß-Verfahren, auch mit Parametern

### 62113 Matrizenrechnung 3: Trainingsheft

Abiturtraining an teilweise Originalaufgaben.

Matrixgleichungen mit Parametern und anderes.

Keine Anwendungsaufgaben.

### 62311 Matrizenrechnung: Anwendungen 1

Bedarfstabellen, Verflechtung von Rohstoffen, Zwischenprodukten und Endprodukten.  
Kostenberechnungen.

Enthält 10 Abituraufgaben aus BW mit sehr ausführlichen Lösungen.

### 62321 Matrizenrechnung: Anwendungen 2

Betriebliche Verflechtungen, Leontief-Modell

### 62331 Matrizenrechnung: Anwendungen 3

Markov-Ketten. Übergangsmatrizen

## 6.3 Affine Geometrie

### 63001 Geraden 1

Definition der Geradengleichung, Punkte auf Gerade, parallele Geraden, Schnitt von Geraden, windschiefe Geraden.

### 63002 Geraden 2

Spezielle Lage von Punkten, Schrägbilder von Geraden im 3-D-Achsenkreuz

### 63003 Geraden 3

Teilverhältnisse: Punkte auf Strecken, Transversalen in Dreiecken und Parallelogrammen. Schwerpunkt im Dreieck.

### 63020 Ebenen 0

Arbeitsblätter zur Lage von Punkten in einer Ebene

### 63021 Ebenen 1

Parametergleichung einer Ebene. Das Arbeiten mit ebenen-internen Punktkoordinaten veranschaulicht und bringt die Analogie zur gewohnten 2-dimensionalen x-y-Darstellung. Ein Punkt hat die Koordinaten  $P \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ , wenn gilt:  $\overline{AP} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$ .

Damit kann man spielend Geraden innerhalb der Ebene darstellen und erhält eine verblüffend einfache Möglichkeit, die Lage von Ebenenpunkten relativ zu einem Parallelogramm oder einem Dreieck zu ermitteln. Für den Schnitt zweier Ebenen (später) hervorragend geeignet.

### 63022 Ebenen 2

Lösungsmenge einer lineare Gleichung. Umrechnung in die Parametergleichung und umgekehrt. Die Achsenabschnittsform  
Ein Normalenvektor (Information ohne Skalarprodukt)  
5 umfassende Aufgaben mit Lösungen.

### 63023 Ebenen 3

Lage bzw. Schnitt zweier Ebenen (in Parameterform und Koordinatenform).

### 63031 Geraden und Ebenen 1

Lage bzw. Schnitt von Gerade und Ebene (in Parameterform und in Koordinatenform). Lotgerade, Lotfußpunkt:  
Aufgaben mit Lösungen (Lotfußpunkt einer Pyramidenspitze, Lage eines Punktes bzgl. zweier parallel Ebenen)

### 63033 Anwendungsaufgaben

1	Spiegelungen an einem Punkt	41
	Spiegelung eines Punktes an Z	41
	Spiegelung einer Geraden an Z	42
	Spiegelung einer Ebene an Z	43
2	Lotebenen	44

3	Spiegelungen eines Punktes an einer Geraden im Raum	45
4	Spiegelung an einer Ebene	46
	Spiegelung eines Punktes an einer Ebene	46
	Spiegelung einer Geraden an einer Ebene	47
5	Parallelprojektion einer Geraden auf eine Ebene	49
6	Zentralprojektion einer Geraden auf eine Ebene	50
	Aufgabenblatt	52
	Alle Lösungen (nur auf CD)	53 – 69

### **63101 Aufgabenblatt: Geraden**

### **63102 Teilverhältnisse an Transversalen in Dreiecken**

## 6.4 Metrische Geometrie

### 64011 Metrik 1

1	Definition und Rechengesetze für das Skalarprodukt	1
2	Länge einer Strecke im Raum	3
3	Einheitsvektoren	5
4	Winkelzwischen zwei Vektoren	6
5	Wann wird ein Skalarprodukt 0 ?	8
6	Grundaufgabe 1: Welche Vektoren sind zu $\vec{u}$ orthogonal ? Großes Anwendungsbeispiel: Parametergleichung einer Ebene aus der Koordinatengleichung erzeugen	9 11
7	Grundaufgabe 2: Welche Vektoren sind zu $\vec{u}, \vec{v}$ orthogonal ? Großes Anwendungsbeispiel: Normalengleichung einer Ebene aus der Parametergleichung erzeugen	12 13
8	Warum ist eine Koordinatengleichung einer Ebene eine Normalengleichung (Ein wichtiger Beweis für alle!)	14
9	<b>Übersicht:</b> Umrechnung von Ebenengleichungen: 1. Parametergleichung in Normalengleichung 2. Normalengleichung in Parametergleichung	15 16
10	Lösungen zu den Aufgaben (nur auf CD)	17-26

### 64012 Metrik 2

11	Die Hessesche Normalform	31
12	Abstand eines Punktes von einer Ebene	37
13	Lot von einem Punkt auf einer Ebene und Spiegelung	42
14	Abstand einer Ebene zu einer parallelen Geraden	44
15	Abstände paralleler Ebenen	46
16	Geradenpunkte mit bestimmten Abständen zu E	47
17	AUFGABENSAMMLUNG	48
18	Lösungen (Nur auf der Mathematik-CD)	50 bis 63

### 64013 Metrik 3

20	Abstand eines Punktes von einer Geraden im Raum 1. Methode: Mit der Lotebene 2. Die operative Methode	71 71 72
21	Abstand eines Punktes von einer Geraden in der Ebene 1. Vektorgleichung und lineare Gleichung einer Geraden im $\mathbb{R}^2$ 2. Abstand eines Punktes von einer Geraden a) Nichtvektorielle Lösung b) Vektorielle Lösung mit der Lotgeraden c) Vektorielle Lösung mit der HNF einer Geraden	73 73 75 75 75 76
22	Abstand paralleler Geraden im Raum	77
23	Abstand windschiefer Geraden	78
24	Aufgabensammlung	81
25	Lösungen (nur auf der Mathematik-CD).	83-97

**64014 Metrik 4****Inhalt:**

26	Winkel zwischen zwei Vektoren (Wiederholung)	100
27	Winkel zwischen zwei Geraden	101
28	Winkel zwischen zwei Ebenen	104
29	Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene	106
30	Winkelhalbierende zweier Geraden	107

**64020 Vektorprojektion**

Spezielle Überlegungen

## 6.5 Kugel und Kreis

### 65011

§ 1	Kugelgleichungen	1
1.1	Die Vektorgleichung	1
1.2	Die Koordinatengleichung	2
1.3	Die „schlimmen“ Kugelgleichungen	4
1.4	Aufgaben mit Lösungen	7
§ 2	Lagebeziehungen zwischen Kugel und Punkten	11
2.1	ohne Kugelgleichung	11
2.2	mit Kugelgleichung	13
	Lösungen (nur auf der CD)	14

### 65012

§ 3	Kugel und Ebene	20
3.1	Lagebeziehungen	21
3.2	Berührungspunkt einer Tangentialebene	23
3.3	Gleichungen von Tangentialebenen aufstellen	26
3.4	Ebene schneidet Kugel in einem Schnittkreis	30
	Lösung aller Aufgaben aus § 3 (nur auf der Mathematik-CD)	35-52

### 65013

§ 4	Kugel und Gerade	60
4.1	Lagebeziehungen	60
4.2	Berechnung von Schnittpunkten	64
4.3	Warum steht eine Kugeltangente auf dem Berührungsradius senkrecht ?	66
§ 5	Kreis und Gerade	67
5.1	Gleichung einer Kreistangente in einem Punkt	67
5.2	Kreistangente identifizieren, Berührungspunkt suchen	68
5.3	Kreistangente parallel zu einer Geraden	69
5.4	Kreistangente orthogonal zu einer Geraden	72
5.5	Tangente von einem Punkt Q an den Kreis legen	74

### 65014

§ 6	Schnitt zweier Kugeln	80
§ 7	Kugelscharen	86
7.1	mit gemeinsamem Schnittkreis	86
7.2	mit gemeinsamer Tangente	90
7.3	mit gemeinsamer Tangentialebene	92
7.4	Große Beispielaufgabe	93
	Lösung auf CD	94-97

### Viele Aufgaben in 67100

## 6.6 Vektorprodukt

### 66111 Teil 1

§ 1	Einführung des Vektorprodukts	1
1.1	Vorbemerkungen	1
1.2	Das wichtigste Ergebnis zuerst	2
1.3	Eine langwierige Herleitung	5
1.4	Die wichtigsten Eigenschaften	10
1.5	Flächeninhalt des Parallelogramms	11
1.6	Überprüfen von Rechengesetzen	15
1.7	Lösung der Aufgaben	18 – 23

### 66112 Teil 2

§ 2	Das Spatprodukt	31
2.1	Definition und Berechnung	31
2.2	Volumen eines Spats	33
2.3	Volumen von Pyramiden	37
§ 3	Geraden und Ebenen	38
3.1	Geradengleichungen	38
3.2	Ebenengleichungen (!)	40
3.2	Abstand eines Punktes von einer Geraden ( $\mathbb{R}^3$ )	43
3.3	Abstand windschiefer Geraden	46

### 66120 Aufgabensammlung (erst 1 Aufgabe, wird erweitert)

## 6.7 Training Vektorrechnung (Viele Abituraufgaben)

### 67021 Lernblatt Ebenen

Das Wichtigste zum Thema Ebenen

### 67931 Lernblatt Metrik

Das Wichtigste zum Thema Metrik: Abstände und Winkel in allen möglichen Aufgabenstellungen

### 67099 Vektor-Unsinn

Beispiele von unsinnigen Schreibweisen und fehlerhaften Formulierungen:

Nur zur Abschreckung !

### 67100 **Große Aufgabensammlung mit Trainingsaufgaben, darunter sehr viele Abituraufgaben. (wird fortlaufend erweitert).**

Die Lösungen befinden sich je nach Themenschwerpunkt in den den folgenden Dateien:

67111 Aufgaben mit Lösungen: Lineare Algebra

67211 Aufgaben mit Lösungen: Geraden und Ebenen

67221 Aufgaben mit Lösungen: Geraden und Ebenen

67231 Aufgaben mit Lösungen: Geraden und Ebenen

67251 Aufgaben mit Lösungen: Körperberechnungen

67311 Aufgaben mit Lösungen: Pyramiden

67331 Aufgaben mit Lösungen: Pyramiden

67431 Aufgaben mit Lösungen: Anwendungen auf Gebäude

67511 Aufgaben mit Lösungen: Kugeln

67611 Aufgaben mit Lösungen: Kreis ( $\mathbb{R}^2$ ), auch nichtvektoriell

## INDEX

**A**

Abbildungsgleichungen 10  
 e-Funktionen 56  
 Abbruchbaum 37  
 Ableitung 47, 53  
 Einfache Wurzelfunktion 47  
 Ganzrationale Funktionen 47  
 gebr. rat. Funktionen 53  
 Gebrochen rationale Funktionen 47  
 Potenzfunktionen 47  
 Ableitungsformeln  
 mit vollst. Induktion beweisen 57  
 Ableitungsfunktion  
 mit Parameter und CAS 25  
 Ableitungsregeln 47  
 Ableitungsstory 47  
 Abstand  
 parallele Geraden 32  
 paralleler Geraden 85  
 Punkt von Gerade 32  
 windschiefer Geraden 85, 88  
 Abstandsberechnung  
 mit Lotebene 84  
 operative Methode 84  
 vektoriell 84  
 Achsenabschnittsform 82  
 Achsenkreuz  
 Längenmessung 6  
 Achsensymmetrie 5  
 Addition  
 negativer Zahlen 2  
 Additionssatz 37  
 Additionstheoreme 23  
 Additionsverfahren 15, 32, 76  
 Affiner Punktraum 79  
 Ähnliche Dreiecke 7, 12  
 Ähnlichkeitsabbildungen 7  
 Alternativtest 42  
 Annahme-Wahrscheinlichkeit 40  
 Annuitätendarlehen 30  
 Antiproportionalität 2  
 Anwendungsaufgaben  
 Fundstellen 68  
 Anwendungsaufgaben/Abitur 69  
 Arcusfunktionen 28  
 Arcustangensfunktion 64  
 Arithmetische Folgen 44  
 Arithmetisches Mittel 36  
 Assoziativgesetz  
 Mengenlehre 38  
 Asymptoten 52  
 Ausmultiplizieren 13

**B**

Basis 78  
 kanonische 78  
 Basiswechsel 78  
 Baumdiagramm 36  
 Baumdigramm 38  
 Bausparvertrag 30  
 Bayes  
 Satz von 38  
 Beliebige Dreiecke

Trigonometrie 22  
 Berechnung nicht rechtwinkliger Dreiecke 22  
 Bernoulli-Experiment 36  
 Beschränktes Wachstum 70  
 Bestimmtes Integral 64  
 Betrag  
 Gleichungen, Ungleichungen 46  
 Betragsfunktionen 46  
 Betragsgleichungen 15  
 Betragsungleichungen 15  
 Beweisverfahren  
 für Ungleichungen 46  
 Binomialkoeffizient 39  
 Binomialverteilung 40, 41  
 Erwartungswert 41  
 Lage der Maxima 41  
 Standardabweichung 41  
 Standardisierung 41  
 Binomische Formeln 13  
 Biquadratische Gleichungen 18  
 Bogenlänge 66  
 Bruch  
 Addition, Subtraktion 2  
 gemischte Zahlen 1  
 Kürzen, Erweitern 1  
 Multiplikation, Division 2  
 Bruchgleichungen 14  
 zu quadr. Gleichungen 18  
 Bruchterme 14  
 Addition, Subtraktion 14  
 Definitionsbereich 14  
 Kürzen und Erweitern 14  
 Bruchungleichungen 20, 46

**C**

Carnough-Diagramm 37, 38  
 CAS  
 Funktionen 72  
 CASIO CFX9850 GB PLUS 30  
 CAS-Rechner 25  
 Ceva, Satz von 12  
 ClassPad 300 25  
 Cosinus 22  
 Cournot'scher Punkt 69  
 Cramersche Regel 76

**D**

De Morgansche Regeln 37  
 Definitionsbereich 14, 52  
 Determinanten 77  
 dreireihige 76  
 Entwicklung 77  
 vierreihige 77  
 Determinantenverfahren 76  
 Dezimalzahlen 2  
 Diagonale 6  
 Differentialgleichung  
 Wachstum 70  
 Differenzierbarkeit 47  
 Differenzmenge 1, 37  
 Dimension  
 eines Vektorraums 78  
 Division  
 negativer Zahlen 2

Drachen 5  
 Drehkörper  
   Volumenberechnung 66  
 Drehstreckung  
   Abbildungsgleichung 11  
 Drehung  
   Abbildungsgleichung 11  
 Drehung von Pfeilen  
   um 90 Grad 10  
 Drehungen 4  
 Dreieck 6  
   Aufgaben mit Koordinaten 9  
   Flächeninhalt 32  
   Höhenschnittpunkt 12  
   Inkreis 12  
   Innenwinkel 32  
   Konstruktionen 4  
   Mittelsenkrechte 12, 32  
   nicht rechtwinklig (Trig.) 22  
   Seitenhalbierende 12  
   Umkreis 12, 32, 33  
   Winkelhalbierende 7, 12  
   Winkelsumme 4  
 Dreiecke  
   Ähnliche 7  
   Ähnlichkeit 12  
   Kongruenzsätze 4  
   Konstruktionen 4  
   Mittelparallele 4  
   Schwerpunkt 4  
   Seitenhalbierende 4  
   Umkreis, Inkreis 4  
   Winkelhalbierende 4  
 Dreiecke, Höhen 4  
 Dreimal mindestens 37  
 Dreimal-Mindestens-Aufgabe 40, 41  
 Dreisatz 2  
 Dritte Wurzeln 19

**E**

Ebene  
   Achsenabschnittsform 82  
   Gleichung umwandeln 84  
   Lineare Gleichung 82  
   Parametergleichung 82  
 Einheitskreis 22  
 Einheitsvektoren 84  
 Einheitswurzeln 73  
 Einseitige Signifikanztests 42  
 Einsetzungsverfahren 15, 32, 76  
 Eliminationsverfahren nach Gauß 81  
 Ellipse 34  
   Gärtnerkonstruktion 34  
   Konjugierte Durchmesser 34  
   Krümmungskreise 34  
   Leitkreiskonstruktion 34  
   Mittelpunkt verschoben 34  
   Tangente 34  
   Zirkelkonstruktion von Punkten 34  
 Ellipsentangente  
   Gleichung 34  
   Konstruktionen 34  
 Entweder-oder-Aussage 37  
 Ereignis 36  
 Ereignisse  
   unabhängige 38  
 Erlösfunktion 69

Erwartungswert 38  
   Binomialverteilung 41  
 Eulersche Zahl 56  
 Experiment  
   Bernoulli- 36  
   Laplace- 36  
   Mehrstufiges 38  
   Urnen- 38  
 Exponentialfunktionen 56  
   Ableitung 57  
   Aufgabensammlung 58  
   Integration 57  
 Exponentialgleichungen 21  
 Exponentialkurven  
   spiegeln, verschieben, strecken 56  
 Exponentielle Abnahme 29  
   Temperatur 29  
 Exponentielles Wachstum 28, 69  
 Extrempunkte 47, 49  
 Extremwertaufgaben 53, 68

**F**

Faktorisieren 13  
 Fakultät 38  
 Faßkreis-Konstruktionen 8  
 Finanzmathematik 30  
 Flächen  
   Schaubilder von Funktionen  $z=f(x,y)$  74  
   zwischen Kurven 66  
 Flächenberechnung  
   Abschätzung 66  
   mit Integral 66  
   Rechtecksmethode 66  
   Sehnen-Trapez-Regel **66**  
   Simpson-Regel 66  
 Flächengleiche Dreiecke, Vierecke 5  
 Flächeninhalt  
   Dreieck 32  
   Parallelogramm vektoriell 88  
 Flächeninhalt Dreieck  
   Determinantenmethode 10  
 Flächeninhalt Parallelogramm  
   Determinantenmethode 10  
 Flächeninhaltsfunktionen 66  
 Flächenverwandlung 5  
 Flächinhalt 5  
 Flachpunkte 47, 49  
 Folgen  
   Grenzwertbeweis 44  
   Monotoniebeweis 44  
 Formeln  
   Trigonometrische 23  
 Fünfeck, regelmäßiges 6  
 Funktionen 26  
   ganzrational 26  
   Grenzwerte 46  
   Logarithmen 28  
   mit 2 Variablen 74  
   Potenzfunktionen 26  
   Quadratische 26  
 Funktionsbegriff 26

**G**

Ganzrationale Funktionen 26, 49  
   2. bis 5. Grades 26

- Ableitungen 47
  - Aufgabensammlung 51
  - Dimensionierung 51
  - Flächenberechnungen 67
  - Nullstellen 26
  - Stetigkeit 46
  - Wertmenge 26
  - Gärtnerkonstruktion der Ellipse 34
  - Gaußsche Zahlenebe 73
  - Gaußsches Eliminationsverfahren 81
  - Gauß-Verteilung
    - Standardisierung 41
  - Gebietseinteilungen 26
  - Gebrochen rationale Funktionen 52
    - Ableitungen 47
    - Anwendungsaufgaben 53
    - Aufgabensammlung 53
    - Integration 53
    - Stetigkeit 46
  - Gemeinsame Punkte einer Schar 50
  - Gemischte Zahlen 1
    - Addition, Subtraktion 2
  - Geodreieck 4
  - Geometrische Folgen 44
  - Geometrisches Mittel 48
  - Gerade
    - im  $\mathbb{R}^2$  84
    - Lotgerade 32
  - Geraden
    - Abstände berechnen 9
    - achsenparallele 33
    - Lage von 82
    - Lotgerade 9
    - orthogonale 9
    - parallele 32
    - Schnittpunkte berechnen 9
    - Schnittwinkel 32
    - Schrägbild im Raum 82
    - windschiefe 82
    - zeichnen 32
  - Geradengleichung 9, 15, 27, 32
    - vektoriell 82
  - Geradenspiegelung 5
    - vektoriell 10
  - Gewinnfunktion 69
  - ggT 1
  - Gleichschenkliges Dreieck 22
  - Gleichsetzungsverfahren 15, 32
  - Gleichung
    - Ellipse 34
    - Ellipsentangente 34
    - Kreistangente 34
  - Gleichungen
    - 3 Gl. mit 3 Unbek. 77
    - 3 Gl. mit 3 Unbek. und Parameter 77
    - 4 Gl. mit 3 Unbek. 77
    - Biquadratische 18
    - Bruch- 14
    - Exponential- 21
    - höheren Grades 18
    - Lineare 14
    - Methodentraining 18
    - mit 2 und 3 Unbekannten 76
    - mit 4 Unbekannten 77
    - mit Logarithmen 21
    - quadratische 27
    - Quadratische 18
    - Substitution 18
    - trigonometrische 23
  - Gleichungen höheren Grades 27
  - Gleichungssysteme 15, 32, 76
  - Globale Näherungsformel von de Moivre-Laplace 41
  - Goldener Schnitt 6
  - Grenzwert
    - Funktionen 46
  - Grenzwertbeweis
    - Folgen 44
  - Grenzwertsatz 45
- ## H
- Harmonisches Mittel 48
  - Häufigkeiten 36
  - Heron-Verfahren 17
  - Hessesche Normalform 84
  - Histogramm 40
  - Hochpunkte 49
  - Hochrechnungen 41
  - Höhen in Dreieck 4
  - Höhensatz 6
  - Höhenschnittpunkt 12
  - Hornerschema 18
  - Horner-Schema 27, 47, 50
  - Hypergeometrische Verteilung 41
  - Hypotenuse 22
- ## I
- Inkreis eines Dreiecks 4, 12
  - Innenwinkel des Dreiecks 32
  - Integral
    - bestimmtes 64
    - Untersumme, Obersumme 66
  - Integralfunktion 59
  - Integralfunktionen 69
  - Integralrechnung 64
  - Integration
    - Exponentialfunktionen 57, 64
    - ganzzrationale Funktionen 64
    - gebr. rat. Funktionen 53, 64
    - Grundregeln 64
    - Logarithmusfunktionen 59, 64
    - trigon. Funktionen 64
    - Wurzelfunktionen 55, 64
  - Intervallschachtelung 17
  - Irrationale Zahlen 17
- ## J
- Jahresarbeiten 31
- ## K
- Kathete 22
  - Kathetensatz 6
  - Kegelstümpfe 7
  - Kettenregel 47
  - Klammern
    - bei negativen Zahlen 2
  - Kombinatorik 38
  - Komplementärmenge 37
  - Komplexe Einheitsvektoren 73
  - Komplexe Zahlen 73
  - Kondensator aufladen 29

Kongruenzsätze 4  
 Konjugierte Durchmesser 34  
 Konstante-Faktoren-Regel 47  
 Konstruktion von Ellipsenpunkten 34  
 Kontostandsfunktion 30  
 Koordinaten  
   von Vektoren 78  
 Koordinatengeometrie 9  
 Körperberechnungen 9  
 Kosinus 22  
 Kosinusfunktion 23, 61  
 Kosinusgleichungen 23  
 Kosinussatz 22  
 Kostenfunktionen 69  
 Kreis  
   Gleichung 33  
   Inhalt 8  
   Mittelpunkt und Radius 33  
   Schnitt mit Geraden 33  
   Schnitt zweier Kreise 33  
   Umfang 8  
   Umfangswinkel 8  
   und achsenparallele Geraden 33  
   und Schräge Geraden 33  
   Untersumme, Obersumme 8  
   Winkel 8  
 Kreis und Gerade 33  
 Kreisabschnitt 8, 22  
 Kreisausschnitt 8  
 Kreisbogenzweieck 8, 22  
 Kreisgleichung 33  
 Kreisscharen 33  
 Kreistangente 33, 86  
 Kreisteile 8  
 Krümmung 47  
 Krümmungskreis  
   für Ellipsen 34  
 Kugel  
   Schnitt zweier Kugeln 86  
   Tangentialebene 86  
   und Gerade 86  
 Kugelgleichungen 86  
 Kugelscharen 86  
 Kurven  
   Krümmung 69  
 Kurvendiskussion 49  
   Logarithmus-Funktionen 59  
 Kurvenscharen  
   Gemeinsame Punkte 50

## L

L'Hospital 48  
 Lage  
   Gerade und Ebene 82  
   Kugel und Ebene 86  
   Kugel und Punkt 86  
   zweier Ebenen 82  
 Lage eines Punktes 83  
 Länge einer Strecke 32, 84  
 Leitkreisfigur 34  
 Leitkreis konstruktion einer Ellipse 34  
 Leontief-Modell 81  
 Lineare (Un-)Abhängigkeit 78  
 Lineare Algebra 76  
 Lineare Gleichungen 14  
 Lineare Hülle 78

Lineare Optimierung 16, 74  
 Lineare Ungleichungen 14  
 Lineares Wachstum 28, 69  
 Linearfaktor abspalten 27  
 Linearkombinationen 78  
   von Pfeilklassen 79  
 Ln-Funktion  
   als Integralfunktion 59  
   als Umkehrfunktion 59  
 Ln-Umformungen  
   erlaubte und verbotene 59  
 Logarithmen 21  
   Gleichungen 21  
   Lernprogramm 21  
 Logarithmusfunktionen 28, 59  
   Aufgabensammlung 59  
   Integration 59  
**Logistisches Wachstum 70**  
 Lot berechnen  
   vektoriell 10  
 Lotfußpunkt 82  
 Lotgerade 9, 32, 82

## M

Markov-Ketten 81  
 Matrizen  
   Verflechtungen 81  
 Matrizenrechnung 81  
 Mehrwertsteuer 2  
 Menelaos, Satz von 12  
 Mengenbilder 1  
 Mengenlehre 37  
 Metrik 84  
 Mittelparallele im Dreieck 4  
 Mittelpunktswinkel 8  
 Mittelsenkrechte 12  
 Mittelsenkrechte eines Dreiecks 32  
 Mittelwert  
   arithmetischer 36  
   Geometrischer 48  
   harmonischer 48  
 Mittelwerte 48  
 Moivre-Laplace  
   Näherungsformeln 41  
 Monatliche Verzinsung 30  
 Monotonie 47  
   bei Folgen 44  
 Moodle-Übungen  
   Exponentialfunktionen 28  
   Geraden 32  
   Gleichungen 18  
 Multiplikation  
   negativer Zahlen 2

## N

Näherungskurven 52  
 Negative Zahlen 2  
 Newtonsches Näherungsverfahren 47  
 Normalenvektor 82  
 Normalparabel  
   Verschiebung, Streckung 49  
 Normalverteilung 41  
 Nspire CAS 25  
 Nullstellen 27, 47, 52  
   Ln-Funktionen 59  
   Newtonsches Näherungsverfahren 47

von Parabeln 49  
Wurzelfunktionen 55

## O

Oder-Aussage 37  
Ordinatenaddition 52  
Orthogonale Vektoren 84  
Ortskurven 10  
Ortskurven von Punkten 50  
Ortsvektoren 10

## P

Parabel  
Scheitel mit quadr. Ergänzung 49  
Scheitelgleichung 26  
Parabelfunktion 49  
Ableitungen 49  
Parabelgleichung  
aufstellen 49  
Parabeln  
Nullstellen 49  
Scheitel aus Nullstellen best. 49  
schnell zeichnen 50  
Schnitt von 27  
Tangenten 27  
Tangentensteigung 49  
und Geraden 27  
Zeichenverfahren 26  
Parabelscharen 50  
Anzahl der Nullstellen 50  
Parabeltangente  
Grundaufgaben 49  
Parallele Geraden 32  
Abstand vektoriell 85  
Parallelogramm 5, 32  
Inhalt mit Vektorprodukt 88  
vektoriell 82  
Parallelprojektion vektoriell 83  
Parametergleichung  
Ebene 82  
Gerade 82  
Partialbruchzerlegung 14, 53, 64  
Partielles Wurzelziehen 17  
Pascalsches Dreieck 13, 39  
Permutation 38  
Pfadregeln 37, 38  
Pfeilkassenvektorräume 79  
Pfeilkasse 79  
Pfeilklassenaddition 79  
**Pfeilklassenvektoren 10**  
Addition, S-Mult. 79  
Subtraktion 79  
Polarkoordinaten 10, 73  
Polstelle 52  
Polynomdivision 14, 18, 27, 47, 52, 53  
Potenzen 1  
Potenzfunktionen 26  
Potenzgesetze 19  
Potenzgleichung  
komplexe Lösungen 73  
Potenzrechnen 19  
Primfaktorzerlegung 1  
Primzahl 1  
Proportionalität 15  
direkte 2  
umgekehrte 2

Prozent 2  
Punkt vor Strich 2  
Punkte auf Strecken 82  
Punktprobe 32  
Punktsteigungs-Form 32  
Punktsymmetrie 5  
Pyramide 6  
Pyramiden  
Volumen 88  
Pythagoras 5  
Diagonale Rechteck, Quadrat 6  
gleichseitiges Dreieck 6  
Pyramiden 6  
Raumdiagonale Quader 6  
Raumdiagonale Würfel 6  
Sehne am Kreis 6  
symm. Trapez 6  
Tetraeder 6

## Q

Quader 6  
Quadrat 5  
Quadratische Ungleichungen 46  
Quadratische Ergänzung 49, *Siehe*  
Kreisgleichung 33  
Quadratische Funktionen 26  
Quadratische Gleichungen 18, 27, 49  
Lernprogramm 18  
Quadratische Ungleichungen 20  
Quadratwurzeln 17

## R

Radioaktiver Zerfall 29  
Ratensparverträge 30  
Raute 5  
Rechnen mit Paaren und Tripeln 76  
Rechteck 5  
Rechtwinkliges Dreieck 5  
Trigonometrie 22  
Reelle Zahlen 17  
Regel von de L'Hospital 48  
Regel von Sarrus 77  
Regelmäßiges Zehneck 6  
Regelmäßiges Fünfeck 6  
Reihen  
Geom, Arithm. 44  
Rekursive Folgen 44  
Rentenzahlungen 30  
Richtungsvektoren  
für Geraden 10  
Rosenproblem 37  
Rotationskörper 66

## S

Sachaufgaben  
Extremwertaufgaben 68  
Sammelpfad 37  
Sarrus, Regel von 77  
Satz des Pythagoras  
rechtwinkliges Dreieck 5  
Satz des Thales 4  
Satz von Bayes 38  
Satz von Ceva 12  
Satz von Menelaos 12  
Satz von Stewart 12

- Schaubilder zeichnen 48  
 Schaubilderanalyse 72  
 Scheitelgleichung  
   Parabeln 26  
 Scherung 5, 6  
 Schnitt  
   Gerade und Ebene 82  
   zwei Kugeln 86  
 Schnitt Parabel - Gerade 27  
 Schnitt von Parabeln 27  
 Schnitt zweier Kreise 33  
 Schnittbedingung für zwei Kreise 33  
 Schnittkreis  
   Kugel und Ebene 86  
 Schnittmenge 1, 37  
   von Untervektorräumen 78  
 Schnittpunkte  
   von Geraden 15  
 Schnittwinkel  
   vektoriell 10  
 Schnittwinkel von Geraden 32  
 Schrägbilder  
   von Geraden 3D 82  
 Schrägsymmetrie 5  
 Schwerpunkt 12, 82  
 Schwerpunkt eines Dreiecks 4  
 Sechseck 8  
 Sehnensatz 8  
 Sehnen-Tangentenwinkel 8  
 Sehnenvierecke 8  
 Seitenhalbierende im Dreieck 4  
 Sekantensatz 8  
 Sekantensteigung 49  
 Sekanten-Tangentensatz 8  
 Sigma-Umgebungen 41  
 Signifikanztests 42  
 Signum-Funktion 46  
 Simplex-Verfahren 74  
 Sinus 22  
 Sinusfunktion 23, 61  
 Sinusgleichungen 23  
 Sinuskurven  
   strecken und verschieben 61  
 Sinussatz 22  
 Skalarprodukt 10, 84  
 S-Multiplikation 77, 79  
 Solange-bis-Aufgabe 37  
 Spat  
   Volumen 88  
 Spatprodukt 88  
 Spiegelung  
   Abbildungsgleichung 11  
   Orthogonal- 5  
   Schräg- 5  
 Spiegelungen vektoriell 83  
 Spitzen 47  
 Standardabweichung  
   Binomialverteilung 41  
 Statistik 36  
 Steckbriefaufgaben 50  
 Stetige Teilung 6  
 Stetigkeit 46  
   ganzrationale Funktionen 46  
   gebr. rat. Fkt. 52  
   gebrochen rationale Funktionen 46  
 Stochastik  
   mündliche Prüfung 43  
   Trainingsaufgaben 43  
 Strahlensätze 7, 12  
 Straßenabzweigungen, glatte 69  
 Strecke  
   Längenberechnung 32  
 Strecke teilen 7  
 Strecken 9  
 Streckenlänge  
   vektoriell 84  
 Streckung  
   in y-Richtung 34  
 Substitution 18, 23  
   bei Integration 64  
 Subtraktion  
   negativer Zahlen 2  
 Subtraktion von Pfeilklassenvektoren 79  
 Subtraktionsverfahren 15  
 Summenzeichen 45  
 Symmetrie 52  
   Diagonal- 5  
   ganz rat. Fkt. 26  
   Orthogonal- 5  
   Schräg- 5  
   Seitenhalbierenden- 5  
 Symmetriearten  
   bei Potenzfunktionen 26  
 Symmetrieeigenschaften von Kurven 49  
 Symmetrieuntersuchung 48
- ## T
- Tangensfunktion 23, 61  
 Tangensgleichungen 23  
 Tangente  
   an Kreis 33, 86  
   parallel zu einer Geraden 33  
   senkrecht zu einer Geraden 33  
   von einem Punkt an k 33  
 Tangenten 47  
 Tangenten an Parabeln 27  
 Tangentenaufgaben 50  
 Tangentengleichung  
   an Kreis 33  
 Tangentenkonstruktion  
   Ellipse, Leitkreis 34  
 Tangentensteigung 47  
 Tangentenvierecke 8  
 Tangentialebene 86  
 Teilbäume 37  
 Teiler 1  
   Teilbarkeitsregeln 1  
 Teilmengen 1  
 Teilmenge 38  
 Teilung, stetige 6  
 Teilverhältnis 10  
 Teilverhältnisse 82  
   in Dreiecken 83  
 Term 13  
 Terme  
   Grundlagen z. Wdhlg. 21  
 Terrassenpunkte 47, 49  
 Testverfahren 41  
 Tetraeder 6  
 Texas Instruments  
   TI Nspire CAS 25  
 Textaufgaben 14  
 Thales  
   Satz des 8

Thaleskreis 4  
 TI Nspire CAS 25  
 Tiefpunkte 49  
 Tilgungsfunktion 30  
 Trägerkurven *Siehe* Ortskurven  
 Transversalen 82  
 Trapez 5, 6  
   Trigonometrie 22  
 Trigonom. Formeln 23  
**Trigonometrie 22**  
 Trigonometrische Funktionen 23, 61  
   Aufgabensammlung 63  
 Trigonometrische Gleichungen 23  
 Trigonometrische Kurven  
   Bilderbuch 61  
 Tschebyscheff-Ungleichung 42

## U

Übergangsmatrizen 81  
 Umgebung  
   Sigma- 41  
 Umgebungen  
   mit Epsilon 44  
 Umkehrfunktion  
   von e-Funktionen 59  
 Umkehrfunktionen 28, 72  
 Umkreis  
   Dreieck 32, 33  
 Umkreis eines Dreiecks 4, 12  
 Unabhängige Ereignisse 38  
 Und-Aussage 37  
 Unendlich  
   Grenzwert für  $x$  gegen 26  
 Ungleichungen  
   Lineare 14  
   mit Brüchen 20, 46  
   Quadratische 20, 46  
   Reinquadratische 20  
 Untervektorraum 78  
   Basis 78  
   parameterfreie Darstellung 78  
 Untervektorräume  
   Gleichheit von 78  
   Schnittmengen 78  
 Urnenexperimente 36, 38

## V

Vektoren 77  
   Addition, Subtraktion 10  
   orthogonale 84  
   Ortsvektoren 10  
   Pfeilklassen 10  
   S-Multiplikation 10  
   Teilverhältnisse 10  
 Vektorprodukt 88  
 Vektorprojektion 85  
 Vektorrechnung  
   Trainingsaufgaben 89  
 Venn-Diagramm 37  
 Vereinigungsmenge 1, 37  
 Verhalten gegen Unendlich 49  
 Verteilung  
   Binomial- 40  
   hypergeometrische 41  
   Normal- 41  
 Verteilungsfunktion 40

Verteilungsfunktion von Gauß 41  
 Vielfachmengen 1  
 Viereck  
   als Parallelogramm 32  
 Vierecke 4  
   Aufgaben mit Koordinaten 9  
   Drachen 5  
   orthogonalsymmetrische 5  
   Parallelogramm 5  
   punktsymmetrische 5  
   Quadrat 5  
   Raute 5  
   Rechteck 5  
   schrägsymmetrische 5  
   Sehnenvierecke 8  
   Tangentenvierecke 8  
   Trapez 5  
 Vierfelder-Diagramm 37  
 Vierfeldertafel 38  
 Vierte Wurzeln 19  
 Vollständige Induktion  
   Ableitungsregeln bei e-Funkt. 57  
 Volumen  
   von Rotationskörpern 66  
 Volumen eines Spats 88  
 Vorzeichentabelle 20

## W

Wachstum  
   beschränktes 29, 70  
   exponentielles 28, 69  
   lineares 28, 69  
   logistisches 58, **70**  
 Wachstumsfolgen 44  
 Wachstumsfunktionen 69  
 Wachstumsrate 71  
 Wahlausgänge 41  
 Wahrscheinlichkeit 36  
   Bedingte 38  
   Totale 38  
 Warenprüfungen 41  
 Weder-noch-Aussage 37  
 Wendepunkte 47, 49  
 Wenn-Dann-Sätze 5  
 Wertmengen 26  
 Windschiefe Geraden 82  
 Winkel 4  
   Innenwinkel eines Dreiecks 32  
   Winkelsumme im Dreieck 4  
   zwischen Vektoren 84  
 Winkel in Dreiecken  
   vektorielle Berechnung 10  
 Winkelberechnung  
   vektoriell 85  
 Winkelhalbierende 7, 12  
 Würfel 6  
 Wurzelfunktionen 28, 55  
   Ableitungen 47, 55  
   Anwendungsaufgaben 55  
   Aufgabensammlung 55  
   Halbkreise 28, 55  
   Halbparabeln 28, 55  
   Integration 55  
   Kurvendiskussion 55  
   und Halbkreise 33  
 Wurzelgleichungen 18  
 Wurzeln 17

als Potenzen 19  
aus komplexen Zahlen 73  
Lernprogramm 19  
Näherungsverfahren von Heron 17  
Nenner rational machen 17  
partiell ziehen 17  
Teilweise ziehen 17

## Z

Zahlenfolgen 44  
  arithmetische 44  
  Bruchreihen 44  
  Diskussion 45  
  geometrische 44  
  rekursive 44  
  Schranken 44  
  Wachstumsfolgen 44  
Zehneck, regelmäßiges 6

Zentralprojektion vektoriell 83  
Zentralwert 36  
Zentrische Streckung 7  
  Abbildungsgleichung 11  
Ziehen  
  mit Zurücklegen 38  
  ohne Zurücklegen 38  
Zins 2  
Zinseszinsrechnungen 30  
Zinseszins 29  
Zinsfunktion 30  
Zirkelkonstruktion von Ellipsenpunkten 34  
Zufallsvariable 38  
Zusammengesetzte Funktionen 46, 47  
Zusammengesetzte Kurven  
  glatt 69  
Zwei-Punkte-Form 32  
Zweiseitige Signifikanztests 42