

# Nachhilfestunden

*Diese Nachhilfestunden  
findest du  
in der „Buckel-CD“*

Teil 1:	Ganzrationale Funktionen
Teil 2:	Gebrochen rationale Funktionen
Teil 3:	Wurzelfunktionen (in Arbeit)
Teil 4:	Exponentialfunktionen
Teil 5:	Ln-Funktionen (in Arbeit)
Teil 6:	Trigonometrische Funktionen
Teil 7:	Stammfunktionen (in Arbeit)

Diese Dateien sind hier nicht verlinkt. Suche die zugehörige Dateinummer entweder direkt im passenden Ordner oder über das Menü.

Stand 4. Mai 2025

**FRIEDRICH W. BUCKEL**

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK  
UND STUDIUM

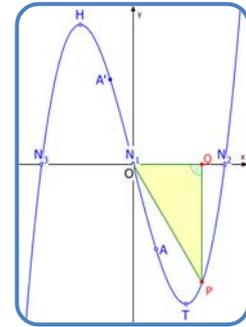
<https://mathe-cd.de>

# 1 Ganzrationale Funktionen

42201 Nachhilfestunde 1

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 8x$$

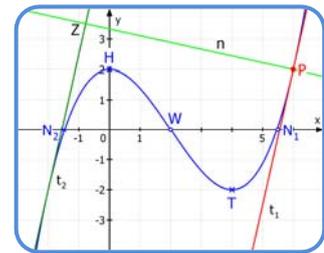
Nullstellen, Linearfaktorzerlegung, Symmetrie, Extrem- und Wendepunkte. Wendetangente. Lage von P für maximalen Dreiecksinhalt. Fläche zwischen K und der positiven x-Achse.



42202 Nachhilfestunde 2

$$f(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 2$$

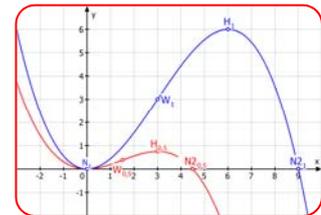
Gleichung von f aufstellen aus WP sowie P und Q. Schnittpunkte mit x-Achse und Extrempunkte berechnen. Tangente in P und dazu parallele Tangente finden. Abstand der parallelen Tangenten



42203 Nachhilfestunde 3

$$f_t(x) = -\frac{1}{18}x^3 + \frac{1}{2}tx^2$$

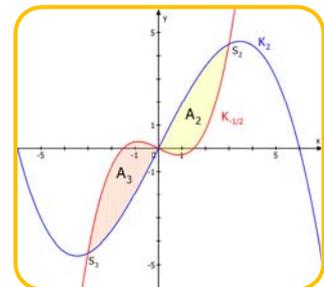
Kurvendiskussion. Ortskurve der Hochpunkte. Welche Scharkurve geht durch A(3 | 4). Geht durch jeden Punkt eine Scharkurve? Schnitt zweier beliebigen  $K_t$ . Ist g eine Tangente? Flächeninhalt eines speziellen Dreiecks.



42204 Nachhilfestunde 4

$$f_t(x) = -\frac{1}{9t}x^3 + tx$$

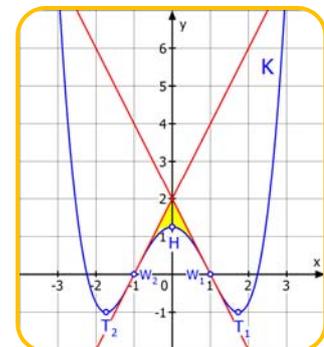
Kurvendiskussion. Schnittpunkte von  $K_2$  und  $K_{-1/2}$ . Fläche zwischen  $K_t$  und der x-Achse im 1. Feld. Flächen zwischen  $K_2$  und  $K_{-1/2}$ . Maximales Rechteck.



42205 Nachhilfestunde 5

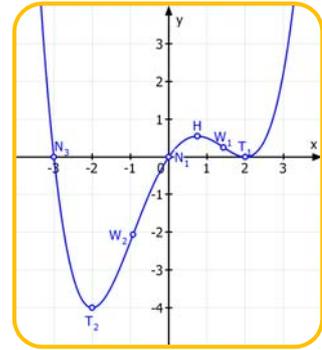
$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{4}$$

Kurvendiskussion. Wendetangenten. Fläche zwischen Wendetangenten und K. A, B, C und D bilden Rechteck. Für welche Länge wird der Inhalt ein Maximum?



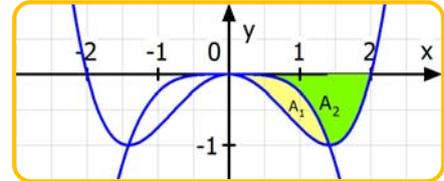
42206 Nachhilfestunde 6  $f(x) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{8}x^3 - x^2 + \frac{3}{2}x$

Kurvendiskussion. Berechne den im 1. Feld liegenden Schnittpunkt der Kurve K mit der Tangente t im Ursprung an K.



42207 Nachhilfestunde 7  $f_t(x) = \frac{1}{4}x^4 - t^2x^2$

Kurvendiskussion. Ortskurve der Extrempunkte.  
 Welche  $K_t$  gehen durch  $Q(4|-1)$  oder  $R(1|2)$ ?  
 Durch welchen Bereich der x-y-Ebene geht keine Scharkurve?  
 Unter welchem Winkel schneiden sich C und  $K_1$ ?  
 C teilt die von  $K_1$  und x-Achse im 4. Feld begrenzte Fläche.



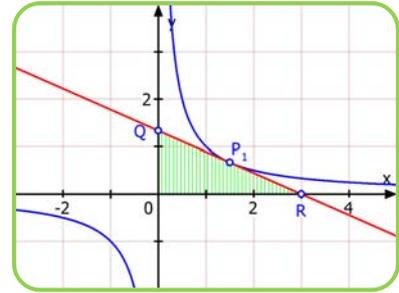
## 2 Gebrochen rationale Funktionen

43201

### Nachhilfestunde 1

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

Grundeigenschaften, Monotonie  
Asymptoten, Tangentensteigung mit  
Grenzwertmethode berechnen.  
Fläche eines Dreiecks.  
Fläche „unter K“



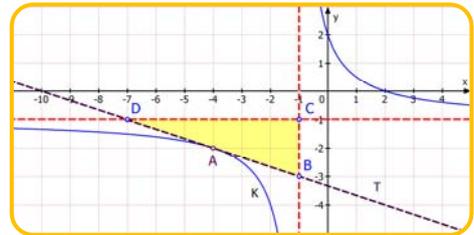
43202

### Nachhilfestunde 2

$$f_1(x) = \frac{3x-5}{x-2}$$

und  $f_2(x) = \frac{2x+4}{x+1}$  und  $g(x) = \frac{2-x}{x+1}$

Grundaufgaben: Ableitungen, Tangenten  
Symmetrie, Integration mit Substitution

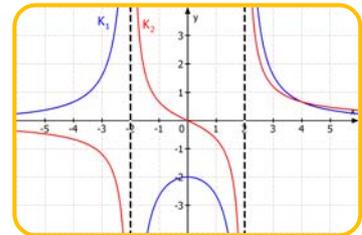


43203

### Nachhilfestunde 3

Funktionen mit  $f(x) = \frac{\dots}{x^2-4}$  und  $g(x) = \frac{\dots}{x^2+4}$

Waagr. Asymptoten mit Grenzwert. Merkmale erkennen  
Punktsymmetrie, Extrem- und Wendepunkte.



43204

### Nachhilfestunde 4

$$f_1(x) = \frac{2x^2-8x}{4x}, \quad f_2(x) = \frac{2x+2}{x^2-1}, \quad f_3(x) = \frac{x^3-2x^2}{2x} \quad \text{und} \quad f_4(x) = \frac{x^2-3x}{x^2-x-6}$$

$$f_5(x) = \frac{x^2-2x-8}{x^2-8x+16}, \quad f_6(x) = \frac{(x^2+2x-3)(x^4+2x^2)}{(x-2)^2(x^2+6x+9)(x+2)(x^2-1)} \quad \text{und} \quad k_1(x) = \frac{3x+1}{(x-2)^2}$$

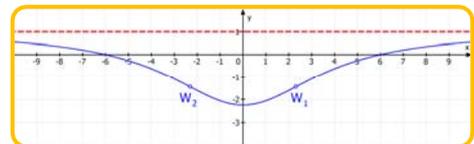
Diese Funktionen haben gemeinsame Nullstellen von Z und N.

43205

### Nachhilfestunde 5

$$f(x) = \frac{x^2-36}{x^2+16}$$

Extrem- und Wendepunkte.  
Sichtlinie als Tangente durch den Tiefpunkt.  
Flächeninhalt mit Integral und arctan-Funktion.

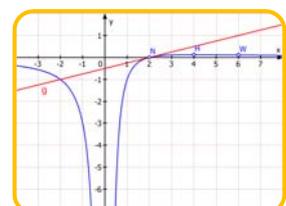


43206

### Nachhilfestunde 6

$$f_t(x) = \frac{x-2t}{x^2}$$

Kurvendiskussion, Schnitt von Tangente mit Kurve.  
Polynomdivision oder Horner-Schema  
Newton'sches Iterationsverfahren.  
Durch welche Punkte der x-y-Ebene geht keine der Kurven  $K_t$ ?

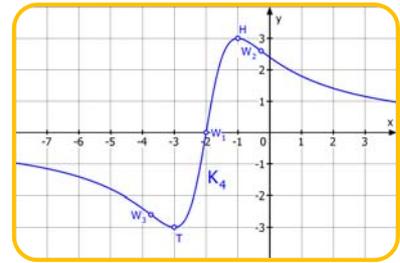


43207

**Nachhilfestunde 7**

$$f_t(x) = 6 \frac{x + 2}{x^2 + tx + 5}$$

Zwei Ableitungen, EP und WP.  
 $K_4$  ist punktsymmetrisch  
 Flächenberechnung mit Substitution.  
 Anzahl der senkrechten Asymptoten in  
 Abhängigkeit von t.



## 4 Exponentialfunktionen

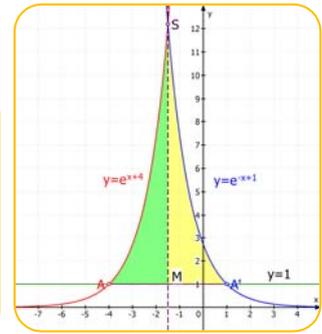
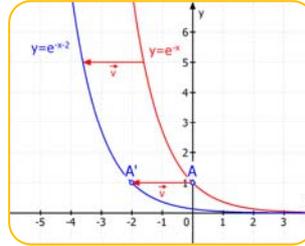
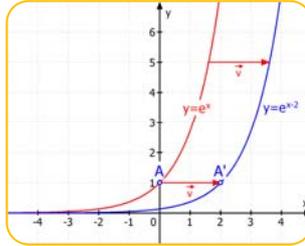
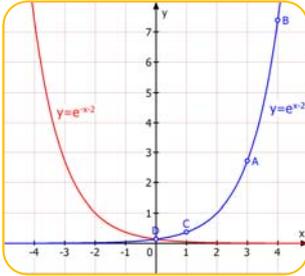
45051 **Nachhilfestunde 1** Allerlei Kurven der Form  $y = e^{\pm x+b}$

entstehen durch Spiegelung und/oder Verschiebung aus  $y = e^x$ .

K:  $y = e^{x+4}$  und H:  $y = e^{-x+1}$ : Schnittpunkt, Schnittwinkel

Flächen zwischen K, H und x-Achse berechnen.

$y = 4 - e^{2-x}$  durch Ordinatensubtraktion zeichnen.



45052 **Nachhilfestunde 2**  $f_k(x) = (k - 2x) \cdot e^x$

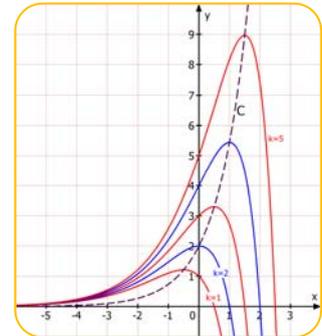
Kurvendiskussion. Was ist eine Stammfunktion?

Fläche mit Integral berechnen. Waagrechte Asymptote.

Grenzwert mit der Regel von de L'Hospital berechnen.

Ortskurve der Hochpunkte.

Welche Scharkurve  $K_k$  geht durch  $Q(u | v)$  ?



45053 **Nachhilfestunde 3**  $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x} - 2$

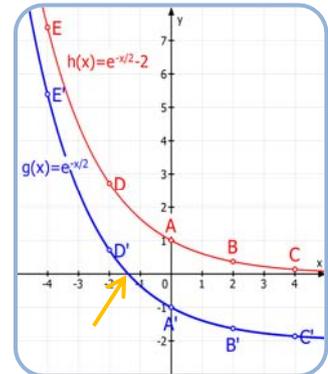
Nullstellen berechnen, Ln-Regeln.

Exponentialgleichungen lösen.  $f'(x) = a \cdot e^{ax+b}$  ableiten.

Extrem- und Wendepunkte, waagrechte Asymptote.

Maximalen Dreiecksinhalt bestimmen.

Flächeninhaltsfunktion. Regel von de L'Hospital.



45054 **Nachhilfestunde 4**  $f(x) = (x - 4) \cdot e^{x/2}$

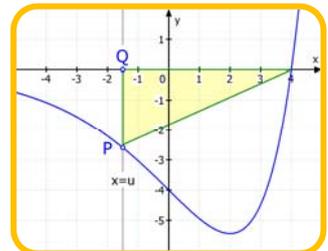
Extrem- und Wendepunkte, waagrechte Asymptote.

Normalengleichung. Schnitt von Normale und Kurve.

Maximalen Dreiecksinhalt finden.

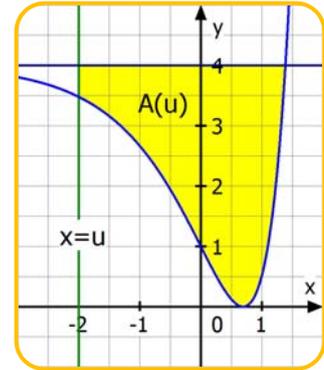
Regel von de L'Hospital. Fläche ins Unendliche.

Integration mit vorgegebener Stammfunktion oder mit partieller Integration.



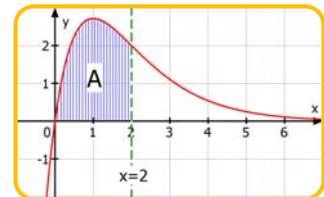
45055 **Nachhilfestunde 5**  $f(x) = (e^x - 2)^2$

Ableiten mit Kettenregel und Substitution.  
 Extrem- und Wendepunkte. Rechnen mit Ln.  
 Fläche zwischen K und Asymptote, Grenzwert bis ins Unendliche.



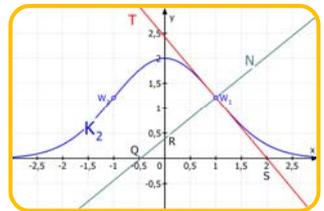
45056 **Nachhilfestunde 6**  $f_t(x) = x \cdot e^{t-x}$

Drei Ableitungen, Kurvendiskussion. Scharkeurve durch  $Q(2 | 5)$ .  
 Durch welche Punkte  $Q(u | v)$  geht keine der Scharcurven?  
 Zeige: Alle Wendetangenten gehen durch einen Punkt.  
 Waagrechte Asymptote mit Regel von de L'Hospital beweisen.  
 Flächenberechnung: Integral mit partieller Integration



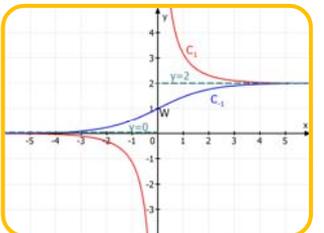
45057 **Nachhilfestunde 7**  $f_t(x) = t \cdot e^{-\frac{1}{t}x^2}$

Nullstellen, Symmetrie und Asymptoten. Extrem- und Wendepunkte. Wendetangente und Wendenormale.  
 Extremwert der Streckenlänge von OP.



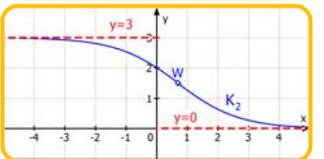
45058 **Nachhilfestunde 8**  $f_k(x) = \frac{2e^x}{e^x - k}$

Dreierlei Asymptoten. Extrem- und Wendepunkte.  
 Nachweis einer Punktsymmetrie.  
 Fläche mit Integral und Substitution berechnen.  
 Sind die Funktionen  $f_1$  und  $f_{-1}$  umkehrbar?



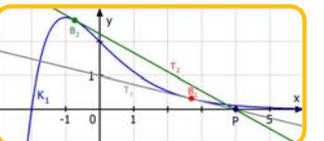
45059 **Nachhilfestunde 9**  $f_t(x) = \frac{3t}{e^x + t}$

Kurvendiskussion, Punktsymmetrie. Fläche (Integration mit Substitution). Ist  $f_2$  umkehrbar?

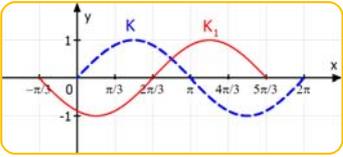
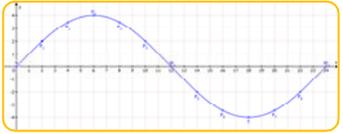
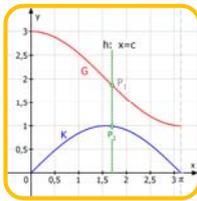
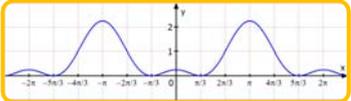
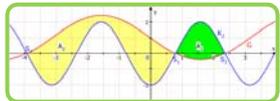
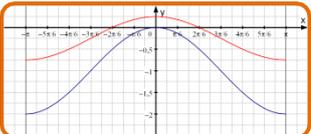
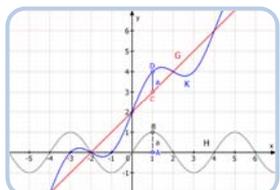
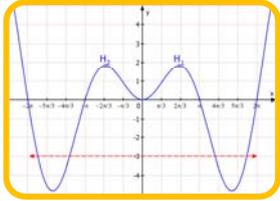


45060 **Nachhilfestunde 10**  $f_a(x) = (x + 2a) \cdot e^{-ax}$

Achsen Schnittpunkte, Extrem- und Wendepunkte.  
 Tangenten- und Normalengleichung.  
 Partielle Integration. Tangente von P an  $K_1$  legen



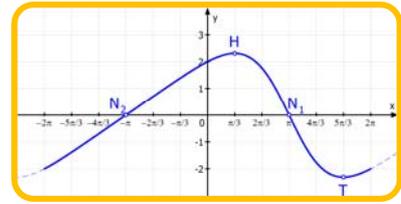
## 6 Trigonometrische Funktionen

- 47021 **Nachhilfestunde 1**  $f(x) = a \cdot \sin(bx + c)$   
 Streckungen und Verschiebungen von Sinuskurven  
 Abbildungsgleichungen, Kurvengleichungen bestimmen  

- 47022 **Nachhilfestunde 2**  $f(x) = 4 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12}x\right)$   
 Doppelstreckung, Kurvenpunkte damit bestimmen.  
 Flächenberechnung mit Integral. Schnitt einer Ursprungsgerade mit K.  

- 47023 **Nachhilfestunde 3**  $f(x) = \sin(x)$  und  $g(x) = a + \cos(x)$ .  
 Berührung der beiden Schaubilder. Fläche zwischen den Kurven.  
 Kürzeste Strecke parallel zur y-Achse. Parallelogramm nachweisen.  

- 47024 **Nachhilfestunde 4**  $f(x) = \left(\frac{1}{2} - \cos(x)\right)^2$   
 Schaubild K. Nullstellen, Wertmenge, zwei Ableitungen.  
 Extrempunkte, ein Wendepunkt. Kurve 4. Grades durch 3 Extrempunkte von K.  

- 47025 **Nachhilfestunde 5**  $f_t(x) = t \cdot \sin^2(x) - 1$ ,  $g(x) = a \cdot \sin(x) + b$   
 Ableitungen, Periode, Extrem- und Wendepunkte.  $K_2$  und G schneiden sich senkrecht und begrenzen eine Integralfäche.  
 Integration mit Stammfunktion von  $y = \sin^2(x)$ . Oder partielle Integration.  

- 47026 **Nachhilfestunde 6**  $f_t(x) = t \cdot \cos(x) - t^2$   
 Grundaufgaben: EP, WP, Nullstellen  
 Flächenberechnung mit Integral, Extremwert einer Fläche.  

- 22247027 **Nachhilfestunde 7**  $f_t(x) = x + t + \sin\left(\frac{\pi}{t}x\right)$   
 Kurve durch Superposition erstellen. Fläche mit Integral.  
 Näherungsparabel. Tangente von B an die Parabel.  
 Drei Scherungen, Scherung von  $y = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ . Tangente an  $K_2$ .  

- 47028 **Nachhilfestunde 8**  $f(x) = x \cdot \sin(x)$   
 Nullstellen, Extrempunkte, Newtonsches Iterationsverfahren.  
 Schnitt einer Normalen mit der x-Achse und Grenzlage.  
 Zwei Teilflächen vergleichen. Partielle Integration.  
 Tangente von O an K.  


47029 **Nachhilfestunde 9**

$$f(x) = \frac{4 \cdot \cos\left(\frac{1}{2}x\right)}{2 - \sin\left(\frac{1}{2}x\right)}$$

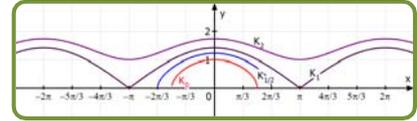
Definitionsbereich, Nullstellen, zwei Ableitungen, EP, Punktsymmetrie, Zwei Integralflächen.



47030 **Nachhilfestunde 10**

$$f(x) = \sqrt{t + \cos(x)}$$

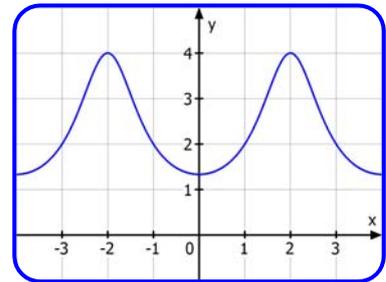
Definitionsbereich und Wertmengen zu  $f_0$  und  $f_{1/2}$ . Symmetrieverhalten. Zwei Ableitungen. Extrempunkte Ist  $K_0$  eine Halbellipse? Senkrechte Tangenten an  $K_0$ .



47031 **Nachhilfestunde 11**

$$f(x) = \frac{4}{2 + \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$$

$\mathbb{D}$  und  $\mathbb{W}$ , einen Hochpunkt und einen Tiefpunkt ohne Ableitungen bestimmen.  $f'(x)$  berechnen. Periode. Näherungsparabel und maximale Abweichung. Spiegelung an a:  $y = \frac{4}{3}$ . Senkrechte Tangenten.



47032 **Nachhilfestunde 12**

$$f(x) = \sin(x) + \cos(x) \text{ und } f(x) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(x + \frac{1}{4}\pi\right)$$

Gleiches Schaubild für beide Funktionen. Beide Kurvendiskussionen vergleichen. Fläche zwischen  $y = \sin(x)$  und  $y = \cos(x)$ . Maximaler Abstand zwischen den Kurven.

